



cirano

Allier savoir et décision

2015RP-05

**Évaluation expérimentale d'enchère à prix aléatoires
appliquée aux droits d'exploitation de la forêt québécoise**

Rapport II

Modes de ventes aux enchères en situation d'un acheteur unique

Daniel Rondeau, Maurice Doyon, Pascal Courty, Alex Oswald

Rapport de projet

2015RP-05

**Évaluation expérimentale d'enchère à prix aléatoires appliquée
aux droits d'exploitation de la forêt québécoise**

Rapport II

Modes de ventes aux enchères en situation d'un acheteur unique

Daniel Rondeau, Maurice Doyon, Pascal Courty, Alex Oswald

Rapport de projet
Project report

Montréal
Mars 2015

© 2015 *Daniel Rondeau, Maurice Doyon, Pascal Courty, Alex Oswald*. Tous droits réservés. *All rights reserved.*
Reproduction partielle permise avec citation du document source, incluant la notice ©.
Short sections may be quoted without explicit permission, if full credit, including © notice, is given to the source



Centre interuniversitaire de recherche en analyse des organisations

CIRANO

Le CIRANO est un organisme sans but lucratif constitué en vertu de la Loi des compagnies du Québec. Le financement de son infrastructure et de ses activités de recherche provient des cotisations de ses organisations-membres, d'une subvention d'infrastructure du Ministère de l'Économie, de l'Innovation et des Exportations, de même que des subventions et mandats obtenus par ses équipes de recherche.

CIRANO is a private non-profit organization incorporated under the Québec Companies Act. Its infrastructure and research activities are funded through fees paid by member organizations, an infrastructure grant from the Ministère de l'Économie, de l'Innovation et des Exportations, and grants and research mandates obtained by its research teams.

Les partenaires du CIRANO

Partenaire majeur

Ministère de l'Économie, de l'Innovation et des Exportations

Partenaires corporatifs

Autorité des marchés financiers
Banque de développement du Canada
Banque du Canada
Banque Laurentienne du Canada
Banque Nationale du Canada
Bell Canada
BMO Groupe financier
Caisse de dépôt et placement du Québec
Fédération des caisses Desjardins du Québec
Financière Sun Life, Québec
Gaz Métro
Hydro-Québec
Industrie Canada
Intact
Investissements PSP
Ministère des Finances et de l'économie du Québec
Power Corporation du Canada
Rio Tinto Alcan
Ville de Montréal

Partenaires universitaires

École de technologie supérieure (ÉTS)
École Polytechnique de Montréal
HEC Montréal
Institut national de la recherche scientifique (INRS)
McGill University
Université Concordia
Université de Montréal
Université de Sherbrooke
Université du Québec
Université du Québec à Montréal
Université Laval

Le CIRANO collabore avec de nombreux centres et chaires de recherche universitaires dont on peut consulter la liste sur son site web.

ISSN 1499-8629 (Version en ligne)

Évaluation expérimentale d'enchère à prix aléatoires appliquée aux droits d'exploitation de la forêt québécoise

Rapport II : Modes de ventes aux enchères en situation d'un acheteur unique

Daniel Rondeau¹, Maurice Doyon², Pascal Courty³ et Alex Oswald⁴

Sommaire

Ce rapport est le deuxième d'une série concernant *l'évaluation expérimentale d'enchère à prix aléatoires appliquée aux droits d'exploitation de la forêt québécoise* et fait suite au « Rapport I : Comparaison d'enchères multiples de premier et de deuxième prix » (Rondeau, Doyon et Courty, 2014).

Rappelons que le résultat des enchères est une variable importante pour la détermination du prix de la matière ligneuse en forêt publique qui n'est pas transigée par enchère (environ 80 % du volume en forêt publique), la révélation des valeurs devient ainsi un élément de première importance. Cette série de rapports explore donc certaines variantes d'enchères afin de vérifier si la révélation de valeur est améliorée, tout en prenant en considération des paramètres tels que le profit de l'acheteur, le revenu du vendeur et l'efficacité économique⁵.

Alors que le rapport précédent s'est concentré à tester empiriquement, à l'aide de l'économie expérimentale, l'impact de l'élimination du prix de départ en relation avec la règle de deux mises. Ce rapport s'intéresse à la problématique d'obtenir la révélation de la valeur en situation d'acheteur unique.

Les deux problématiques explorées sont les suivantes: 1) la vente par enchère à un seul acheteur d'un seul lot contenant deux essences valorisées à v_1 et v_2 respectivement; et 2) l'offre simultanée à un seul acheteur de deux lots distincts lorsqu'il est possible ou anticipé que l'acheteur potentiel attache une valeur sous-additive à l'obtention des deux lots. La valeur sous-additive provient de la substituabilité complète ou partielle des deux lots, pour des raisons de capacité de production limitées, par exemple. La valeur sous-additive se manifeste par $v_{12} < v_1 + v_2$, où v_{12} est la valeur pour l'acheteur d'obtenir les deux lots, v_1 est la valeur d'acheter seulement le premier lot, et v_2 celle d'obtenir seulement le deuxième lot.

¹ Département d'économie, Université de Victoria, C.-B., Fellow Associé, CIRANO.

² Département d'économie agroalimentaire et des sciences de la consommation, Université Laval, Québec, Fellow, CIRANO.

³ Département d'économie, Université de Victoria, C.-B.

⁴ Département d'économie, Université de Victoria, C.-B.

⁵ L'efficacité économique est le pourcentage du surplus capturé divisé par le surplus total théorique (optimal).

Dans un premier temps, une revue de littérature est effectuée. Les éléments clés retenus sont :

- Qu'un prix de réserve non divulgué doit être perçu comme étant aléatoire par les acheteurs;
- L'enchère BDM est le seul mécanisme permettant des mises compétitives et la révélation de la valeur en présence d'un seul acheteur;
- Un prix de réserve aléatoire peut être considéré comme l'ajout d'une mise externe contre laquelle un acheteur doit faire compétition. Il peut donc, en contrepartie, réduire le nombre de lots vendus et affecter négativement l'efficacité économique de l'enchère;
- Les prix de réserve aléatoires sont généralement effectifs à accroître les revenus du vendeur;
- La distribution de laquelle sont tirés les prix de réserve aléatoires est une variable cruciale quant à la performance des enchères;
- Dans un environnement compétitif, l'efficacité attendue pour le vendeur avec un prix de réserve annoncé serait aussi élevée que sous un prix de réserve non divulgué, mais les revenus légèrement moindres;
- Pour un seul acheteur, il a été démontré que le BDM a le potentiel de révéler la valeur de participants en laboratoire. Par contre, ce résultat demande souvent une période d'apprentissage et d'expérience;
- Dans des comparaisons avec d'autres mécanismes avec les mêmes propriétés théoriques (offres à prendre ou à laisser; enchère Vickrey), le BDM semble produire des mises inférieures. La cause de ces différences n'est pas clairement identifiée.

Dans un deuxième temps, nous nous intéressons à l'application du BDM à la vente d'un lot composé de deux essences ou plus (ou d'un bien ayant deux composantes ou plus). Bien que notre démonstration soit faite pour deux essences, et ce afin de simplifier l'analyse, celle-ci peut être généralisée à n essences. Nous constatons que ceci pose problème si l'objectif est la révélation des valeurs par essence. En effet, puisque l'attribution du lot se fait sur la valeur totale, toute combinaison $v_{12} = v_1 + v_2$ sera optimale. Ceci ouvre la porte à des mises stratégiques telles que sous-déclarer v_1 et sur-déclarer v_2 .

Afin de créer les incitatifs à révéler les valeurs par essence, nous développons donc le mécanisme de BDM-composé. Ce mécanisme génère une incertitude quant à la valeur totale (v_{12}), permettant du fait de briser le processus d'agrégation et de forcer la révélation des valeurs individuelles. L'incertitude est créée en attribuant une probabilité que la quantité de l'essence q_2 (choix arbitraire) qu'un acheteur obtient ne soit pas 100 % du volume actuel disponible. Nous avons donc ici deux variables d'intérêt, soit β qui est la proportion de l'essence 2 qui sera attribuée (entre 0 % et 100 %) et P , la probabilité que cet événement se produise. Notons qu'en théorie, la probabilité P et la proportion β peuvent être choisies arbitrairement proche de $P=1$ et $\beta=1$ sans affecter la fonction révélatrice de la valeur.

Des simulations numériques du mécanisme BDM-composé indiquent qu'en théorie, le coût associé à induire la révélation de la valeur est très faible, sauf dans le cas où une fraction importante d'une des essences ait une probabilité de ne pas être disponible. Bien qu'elles demeurent faibles, selon nos simulations, les pertes de revenus et d'efficacité augmentent lorsque la probabilité de n'obtenir

qu'une fraction d'une des essences augmente (P diminue) et lorsque la fraction allouée du lot partiel (β) diminue.

Dans un troisième temps, une autre problématique potentielle est étudiée, soit l'offre de lots simultanés. Ainsi, un acheteur potentiel se voit offrir deux lots ne contenant qu'une seule essence chacun qu'il valorise individuellement à v_1 et v_2 . Par contre, s'il gagne les deux lots, un certain niveau de substituabilité peut faire en sorte que la valeur dont il tire des lots est $v_{12} < v_1 + v_2$.

Suivant un développement théorique, nous démontrons que dans pareil cas il n'est pas optimal pour un acheteur de révéler sa valeur. Nous concluons donc que l'offre simultanée de plus d'un lot à un seul acheteur avec valorisation sous-additive détruit la capacité du BDM à induire une révélation de la valeur. Des simulations numériques indiquent toutefois que du point de vue de l'efficacité ou même du revenu, la performance des BDM simultanées en pareille circonstance n'est pas mauvaise.

Afin de favoriser la révélation des valeurs en situation d'offre simultanée de deux lots, nous développons donc le mécanisme α -BDM. Dans le α -BDM, deux lots sont offerts à l'acheteur qui a l'opportunité de faire deux mises séparées. Or, en réalité une seule enchère BDM sera conduite pour un des deux lots. La façon de déterminer lequel des deux lots sera sélectionné peut être aléatoire ou reposer sur d'autres critères. Le fait que seulement une des deux enchères BDM sera conduite élimine les pertes (sous-additivité) potentielles auxquelles était précédemment exposé l'acheteur lorsque ce dernier pouvait faire transaction sur les deux lots. Ne sachant pas au préalable quel lot sera vendu et étant assuré de ne pas faire transaction sur les deux lots qui ont une valeur sous additive pour lui, ce mécanisme assure que les deux mises de l'acheteur sont indépendantes. Du fait, les incitatifs nécessaires à la révélation de la valeur sont rétablis.

Notons que pour que les qualités théoriques du α -BDM soient maintenues, deux conditions doivent être respectées : 1- L'acheteur doit percevoir qu'une probabilité existe qu'il n'obtiendra pas le lot 1 (celui ayant la plus forte valorisation selon notre nomenclature). 2- Les prix aléatoires (prix de réserve) des deux enchères (lot 1 et lot 2) doivent provenir de la même distribution. Si ce n'était pas le cas, ceci ouvrirait la porte à des mises stratégiques de la part de l'acheteur, et ce, afin de maximiser son espérance de profits.

Des simulations numériques avec différents niveaux de α (probabilité que seul le lot le plus valorisé soit obtenu) démontrent que dans le cas où α tend vers 1, l'obtention de la révélation de la valeur entraîne peu de perte d'efficacité et de baisse des revenus.

Les simulations numériques indiquent que les revenus de l' α -BDM demeurent plus élevés que les revenus de BDM standard avec lots simultanés lorsque la probabilité $\alpha > 0,8$. Au chapitre de l'efficacité, il faut cependant utiliser une probabilité α qui excède 0,95. Ces résultats indiquent donc qu'il est possible d'introduire un mécanisme qui incite la révélation de la valeur en situation d'enchères avec lots simultanés, et qui résulte à la fois en une augmentation de l'efficacité économique et des revenus.

En conclusion, les mécanismes développés (BDM-composé et α -BDM) sont prometteurs, bien que relativement complexes. Nos simulations numériques et nos résultats expérimentaux indiquent une forte dépendance quant aux choix des distributions desquelles les valeurs et les prix de réserves sont

tirés aléatoirement. Il est important de noter par ailleurs qu'il est possible de choisir des distributions qui favorisent différents critères de performance (efficacité, revenus, révélation des valeurs).

Ce choix nécessite toutefois des arbitrages. Nous en identifions deux types, soit l'arbitrage entre l'efficacité économique (attribution de lots) et les revenus. Cet arbitrage est spécifique aux mécanismes développés. Le deuxième arbitrage, qui est généralisé au mécanisme de BDM, est entre l'importance d'obtenir la valeur de l'acheteur (révélation de la valeur) pour les équations de transposition et le revenu (l'acheteur paie moins que sa valeur). Dans ce dernier cas, rappelons que nous obtenons la valeur maximale, laquelle n'est pas déclarée dans, par exemple, une enchère de premier prix

Table des matières

1. Introduction	7
2. Revue de la littérature sur prix de réserve non divulgué en enchère de 1^{er} et de 2^e prix	8
2.1 Vente à un ou plusieurs acheteurs	8
2.2 Révélation de la valeur : généralisation du principe du n ^{ième} prix	10
2.3 Rendre les mises plus compétitives : prix de réserve aléatoires	10
2.4 Prix aléatoires et enchères premier prix	11
2.5 Vendre à un seul acheteur : le mécanisme Becker-DeGroot-Marschack (BDM)	11
3. Généralisations du BDM pour la vente d'un lot composé de deux biens à un seul acheteur	13
3.1 Mise en contexte	13
3.2 <i>BDM-composé</i> , une innovation du BDM pour un lot composé de deux biens	14
3.3 Simulations numériques du mécanisme <i>BDM-Composé</i>	16
3.3.1 <i>Hypothèses et base de comparaison</i>	16
3.3.2 <i>Combinaisons P-β</i>	18
3.4 Économie expérimentale	22
3.4.1 <i>Protocole</i>	22
3.4.2 <i>Résultats</i>	27
4. Généralisations du BDM pour l'offre de deux (ou plusieurs) lots simultanés lorsque les valeurs sont sous-additives	31
4.1 Défaillances associées à la conduite de BDM standard pour plus d'un lot.....	31
4.1.1 <i>Mises optimales d'un acheteur – deux lots offerts simultanément</i>	31
4.1.2 <i>Performance de deux BDM standard simultanés</i>	34
4.2 Le α -BDM, une innovation du BDM pour l'offre simultanée de deux lots.....	35
4.3 Performance numérique du α -BDM.....	37
5. Discussion et conclusion	40

Liste des figures

Figure 1 : Impact de la probabilité d'attribution du lot complet (P) et la fraction du lot incomplet (β) sur l'efficacité, BDM-Composé	20
Figure 2 : Impact de la probabilité d'attribution du lot complet (P) et la fraction du lot incomplet (β) sur le revenu, BDM-Composé.....	21
Figure 3 : Écran de Mise pour une pratique du (Scénario 1).....	24
Figure 4 : Écran de Résultat pour une pratique (Scénario 1)	24
Figure 5 : Écran principal d'information et d'entrée des mises pour les cinq Scénarios	25
Figure 6 : Écran principal de résultats pour les cinq Scénarios	26
Figure 7 : Proportion des mises totales ayant un écart inférieur à 3 Écus de la valeur totale BDM Combiné	28
Figure 8 : Proportion des mises sur le bien 1 ayant un écart inférieur à 2 Écus de V_1 BDM Combiné	28
Figure 9 : Proportion des mises sur le bien 2 ayant un écart inférieur à 2 Écus de V_2 BDM Combiné	29
Figure 10 : Comparaisons entre les mécanismes α -BDM et deux BDM simultanés pour les variables efficacité et revenus.....	38

Liste des tableaux

Tableau 1 : Performance attendue du Mécanisme BDM-Composé - Scénario de base: $P=1$ (sous l'hypothèse $m_1=v_1, m_2=v_2$).....	17
Tableau 2 : BDM-Combiné - Quatre scénarios avec différentes combinaisons de valeur pour P et β	18
Tableau 3 : Performance attendue du mécanisme BDM-Composé - Scénario 2 - $P=\beta=0,95$	19
Tableau 4 : Performance attendue du mécanisme BDM-Composé - Scénario 3 - $P=0,5$ et $\beta=0,95$	19
Tableau 5 : Performance attendue du mécanisme BDM-Composé - Scénario 4 - $P=0,95$ et $\beta=0$	19
Tableau 6 : Performance attendue du mécanisme BDM-Composé - Scénario 5 - $P=0,5$ et $\beta=0$	20
Tableau 7 : Performance expérimentale moyenne du mécanisme BDM-Composé, par scénario, 10 dernières périodes	30
Tableau 8 : Mises optimales pour deux BDM simultanés avec valorisation sous-additive	33
Tableau 9 : Résultats de simulations numériques pour le cas de deux enchères simultanées	34
Tableau 10 : Résultats de simulations numériques $\alpha=1$ pour α -BDM	37

1. Introduction

Ce rapport est le deuxième d'une série concernant *L'évaluation expérimentale d'enchère à prix aléatoires appliquée aux droits d'exploitation de la forêt québécoise* et fait suite au « Rapport I : Comparaison d'enchères multiples de premier et de deuxième prix » (Rondeau, Doyon et Courty, 2014).

Rappelons que le résultat des enchères est une variable importante pour la détermination du prix de la matière ligneuse en forêt publique qui n'est pas transigée par enchère (environ 75 % du volume en forêt publique), la révélation des valeurs devient un élément de première importance. Cette série de rapports explore donc certaines variantes d'enchères afin de vérifier si la révélation de valeur est améliorée, tout en prenant en considération des paramètres tels que le profit de l'acheteur, le revenu du vendeur et l'efficacité économique.

Alors que le rapport précédent s'est concentré à tester empiriquement à l'aide de l'économie expérimentale l'impact de l'élimination du prix de départ en relation avec la règle de deux mises, ce rapport s'intéresse à la problématique d'obtenir la révélation de valeur en situation d'acheteur unique. Plus spécifiquement, ce rapport attaque deux problèmes précis reliés à la commercialisation des lots forestiers au Québec lorsqu'il est anticipé qu'une seule entreprise désire obtenir des droits de coupe ou un lot de bois déjà coupé par le bureau de mise en marché du bois (BMMB).

Les deux problématiques sont les suivantes: 1) la vente par enchère à un seul acheteur d'un seul lot contenant deux essences valorisées à v_1 et v_2 respectivement; et 2) l'offre simultanée à un seul acheteur de deux lots distinct lorsqu'il est possible ou anticipé que l'acheteur potentiel attache une valeur sous-additive à l'obtention des deux lots. La valeur sous-additive provient de la substituabilité complète ou partielle des deux lots, pour des raisons de capacité de production limitées, par exemple. La valeur sous-additive se manifeste par $v_{12} < v_1 + v_2$, où v_{12} est la valeur pour l'acheteur d'obtenir les deux lots, v_1 est la valeur d'acheter seulement le premier lot, et v_2 celle d'obtenir seulement le deuxième lot.

L'absence de plus d'un acheteur potentiel est en général problématique pour les mécanismes de marché. Il existe cependant un mécanisme d'enchère (Becker, DeGroot et Marschack, 1964) qui permet la révélation de valeur dans le cas d'un acheteur unique. Ce mécanisme, nommé BDM en reconnaissance des chercheurs qui l'ont formalisé, fait appel au tirage de prix aléatoires afin d'inciter l'acheteur à se comporter de façon compétitive. Ce prix aléatoire est donc dans les faits un prix de réserve, mais lorsque la mise excède le prix de réserve, le gagnant de l'enchère paye ce prix plutôt que sa mise. Rappelons qu'avec ce mécanisme, il est optimal pour un acheteur de miser sa valeur maximale. En effet, un tirage aléatoire d'un prix de réserve est effectué à partir d'une distribution uniforme. Si la mise est supérieure au prix de réserve, l'acheteur fait transaction au prix de réserve. Dans le cas inverse, il n'y a pas de transaction. Ce mécanisme est donc un cas spécial d'une enchère de Vickrey (enchère 2^e prix).

Nous débutons donc par une revue de la littérature concernant les enchères qui font appel à des prix aléatoires. Cette littérature n'est donc pas limitée au BDM. Rappelons que toutes enchères faisant appel à un prix de réserve non révélé (par exemple, les enchères de droits de coupe telles que

présentement conduites au Québec) sont, du point de vue des acheteurs, des enchères qui contiennent des prix aléatoires, peu importe le nombre potentiel d'acheteurs. Comme la recherche sur la performance du BDM est liée à l'étude d'autres mécanismes, il est opportun d'élargir le cadre de notre revue de la littérature.

Par la suite, nous démontrons que l'utilisation du BDM standard pour des ventes à un seul acheteur ne peut garantir la révélation de valeur dans le contexte d'un acheteur unique pour un lot de deux essences ou celui d'offre simultanée de deux lots distincts en présence de valeur sous-additive. Nous démontrons par la suite que le mécanisme peut être adapté pour le rendre compatible à la révélation des valeurs dans un souci de performance quant au revenu et à l'efficacité.

Ces résultats théoriques et de design de mécanismes sont novateurs et, à notre connaissance, uniques. Nous utilisons par la suite une combinaison de deux approches pour tester l'approche théorique. D'abord, des simulations numériques sous hypothèse que les acheteurs se comportent de façon rationnelle et optimale sont effectuées, et ce, pour les deux problématiques préalablement indiquées. Nous faisons de plus appel à l'économie expérimentale pour tester cinq variations du mécanisme optimal pour la 1^{re} problématique, soit celle de la vente de lots à deux essences. Ces résultats expérimentaux permettent d'explorer certaines des difficultés qui peuvent émerger dans l'application de ces mécanismes et permettent de commenter sur la façon de déployer ces mécanismes de manière effective.

2. Revue de la littérature sur prix de réserve non divulgué en enchère de 1^{er} et de 2^e prix

2.1 Vente à un ou plusieurs acheteurs

Un prix de réserve est un prix minimum sous lequel le vendeur d'un bien n'est pas intéressé à vendre. Il peut s'agir de la valeur du bien pour le vendeur qui préférerait ainsi le garder pour lui-même plutôt que de le vendre à un prix moindre, ou encore d'une règle de vente imposée par le vendeur pour des raisons stratégiques et visant à générer des mises plus compétitives lorsque le nombre d'acheteurs potentiels est limité. Dans la mesure où le prix de réserve (réel ou stratégique) est inconnu des acheteurs, celui-ci doit être considéré comme une variable aléatoire par ces derniers et ajoute donc un élément de risque additionnel, soit celui de ne pas gagner un lot désirable si la mise est inférieure au prix de réserve.

Les prix de réserve aléatoires et non divulgués peuvent être utilisés dans des enchères de premier prix (enchères où le gagnant paye sa propre mise), ou encore dans des enchères de deuxième prix (où le gagnant paye la deuxième plus haute mise). Les enchères de deuxième prix ont l'avantage théorique additionnel d'inciter les acheteurs à révéler leurs valeurs.

Cette revue de littérature explore différents mécanismes d'enchères. Toutefois, puisque ce rapport se concentre sur la problématique d'enchère en présence d'un seul acheteur, beaucoup d'efforts seront tournés vers le seul mécanisme permettant des mises compétitives et la révélation de la valeur en présence d'un seul acheteur, soit le mécanisme formalisé par Becker, deGroot et Marschak (BDM) (1964).

La première utilisation connue du BDM remonte toutefois à 1797, lorsque l'écrivain Johann Wolfgang von Goethe offrit un poème à un éditeur de Berlin (Vieweg). Dans une lettre Goethe écrit « je suis enclin à offrir à M. Vieweg de Berlin un poème épique, Hermann et Dorothee.... Concernant la redevance, nous allons procéder comme suit : je vais remettre à M. l'avocat Bottiger, une note scellée qui contient ma demande et demanderai que M. Vieweg me face proposition pour mon œuvre. Si son offre est inférieure à ma demande, je prends mon billet de retour, non ouvert, et la négociation est rompue. Si, toutefois, son offre est égale ou plus élevée, je demanderai ce qui est écrit sur la note qui sera ouverte par M. Bottiger » (Moldovanu, 1998). L'objectif explicite de Goethe était d'obtenir de l'information sur la valeur commerciale de ses poèmes⁶.

Dans un BDM, la stratégie optimale de l'acheteur est de miser exactement sa valeur. Notons par ailleurs que dans le cas où le prix de réserve ne peut prendre que des valeurs discrètes (la plus petite dénomination possible) miser une unité de moins que la valeur réelle produit exactement les mêmes résultats puisqu'il élimine seulement la possibilité de gagner le lot lorsque le prix est égal à la valeur (avec profits de zéro). Ce résultat est fondé sur l'hypothèse que les acheteurs sont rationnels et maximisent leur utilité/profits espérée, et ce, peu importe leur niveau d'aversion au risque.

Dans le cas des enchères forestières au Québec, un certain nombre de difficultés additionnelles se posent. Dans un premier temps, les lots peuvent être composés de plus d'une essence. Ceci ne pose aucun problème si seule la valeur totale du lot est d'intérêt pour le vendeur. Par contre, si le vendeur a un intérêt à décerner de façon fiable la valeur des différentes essences, il devient nécessaire de modifier le BDM pour assurer un incitatif à révéler chacune des valeurs individuelles. Un second problème potentiel provient de l'offre simultanée de lots individuels, notamment si le nombre de lots est supérieur aux besoins de l'acheteur. Dans un tel cas, la valeur de gagner deux lots est inférieure à la somme des deux valeurs individuelles, ce qui offre un incitatif à l'acheteur à miser sous ses valeurs lors d'une enchère BDM.

⁶ Pour voir comment ce mécanisme incite l'acheteur à soumissionner le maximum qu'il est prêt à payer pour l'objet, considérons le problème auquel faisait face l'éditeur. Imaginons que Vieweg place sur le poème une valeur de 1500 (le thaler était la monnaie de l'époque). Pour vérifier qu'il est optimal pour Vieweg de miser 1500, comparons une mise de 1500 à des mises plus basses et plus élevées. Si l'offre scellée (le prix de réserve de Goethe) est inférieure ou égale à 1500, une mise plus élevée que 1500 ne confère ni avantage ni inconvénient sur la mise de 1500. Dans tous ces cas, l'acheteur gagnera le poème et paiera le prix inscrit dans la lettre scellée. Ce prix étant inférieur à 1500, l'acheteur réalisera son surplus maximal soit 1500 moins le prix indiqué dans l'enveloppe. Par ailleurs, le prix scellé pourrait être supérieur à 1500. Il est cependant clair que l'éditeur n'est alors pas intéressé à « gagner » le lot puisque son prix excéderait sa valeur commerciale. Le seul moyen d'assurer que ces lots ne sont pas gagnés est de miser un maximum de 1500. Considérons maintenant une mise inférieure à 1500, disons 1200. Si le prix scellé est inférieur ou égal à 1200, les deux mises (1500 ou 1200) mènent au même résultat. Le vendeur achète et paye le prix sous scellé. Par contre, la mise de 1200 est moins attrayante que la mise de 1500, car elle peut mener à un important manque à gagner. En effet, si le prix de réserve de Goethe est entre 1200 et 1500, Vieweg aurait trouvé avantageux de faire l'achat, mais comme sa mise de 1200 est inférieure au prix, il ne fait pas transaction et perd le surplus qu'il aurait été en mesure de faire, soit 1500 - prix de réserve de Goethe.

Avant de s'attaquer aux problèmes précis de vente à un seul acheteur potentiel par l'entremise du BDM, il est utile de faire un tour d'horizon plus vaste des enchères de second prix et à prix de réserve aléatoire afin d'en dégager des principes ou résultats pouvant s'appliquer à différentes situations d'enchères.

2.2 Révélation de la valeur : généralisation du principe du $n^{\text{ième}}$ prix

De façon générale, la révélation de la valeur dans une enchère demande simplement que le mécanisme d'allocation sépare la probabilité de gagner un lot du profit qui en découle (Shogren et al. 2001). C'est à dire, que la mise ne détermine alors que la probabilité de gagner et non le prix à payer. Le BDM accomplit cette séparation. En effet, un gagnant avec une valeur V pour le lot qui fait une mise B plus élevée que le prix aléatoire R obtient un profit $V-R$, indépendant de sa mise. Comme l'acheteur désire gagner tous les lots pour lesquels $V-R \geq 0$, et ne jamais gagner lorsque $V-R < 0$, miser $B=V$ est optimal.

Ce principe menant à la révélation de la valeur peut être appliqué aux enchères avec plus d'un acheteur, de même que dans des enchères où plusieurs objets identiques sont offerts sans avoir recours à un prix de réserve aléatoire. Ces résultats proviennent des travaux de Vickrey (1961). Dans une enchère pour un objet unique, le prix aléatoire du BDM peut être remplacé par la deuxième plus haute mise, alors que dans une enchère pour $n > 1$ objets identiques, le prix à payer par tous les gagnants devient la première mise non gagnante (et donc la $n^{\text{ième}}$ plus haute mise). Comme les gagnants de telles enchères ne payent jamais leur mise (ils paient la $n^{\text{ième}}$), ils n'ont pas intérêt à miser sous leur valeur. Le BDM est donc une enchère Vickrey ou un deuxième acheteur (le prix de réserve aléatoire) est introduit afin de motiver le véritable acheteur à miser sa valeur (Shogren et al, 2001).

Shogren et al. (2001) soutiennent que les enchères de type Vickrey (ce qui inclut le BDM) éliminent la tendance des acheteurs à tenter de prédire le niveau des mises gagnantes et, si la valeur le justifie, à miser sur cette base. Quoique les enchères de Vickrey sans prix aléatoires ne diminuent pas les possibilités de collusion entre acheteurs, elles éliminent certaines considérations stratégiques dans la préparation des mises.

2.3 Rendre les mises plus compétitives : prix de réserve aléatoires

La compétition entre acheteurs est un principe important de tout marché, et les enchères n'y font pas exception. Dans des situations comme la vente de droits forestiers où le nombre d'acheteurs potentiels est faible, un prix de réserve aléatoire peut être considéré comme l'ajout d'une mise externe contre laquelle un acheteur doit faire compétition. Il y a certains avantages associés à ce type de mise (prix de réserve aléatoire), mais aussi certains inconvénients pour le vendeur. Du côté des avantages, les mises des acheteurs dans des enchères premier prix doivent être théoriquement plus élevées en raison de la compétition additionnelle que représente le prix de réserve aléatoire. Pour que cet effet soit palpable, par contre, il est nécessaire que le prix aléatoire provienne d'un intervalle qui inclut les valeurs probables des acheteurs pour le lot, et ce afin de maintenir une menace crédible de ne pas obtenir le lot avec une mise faible. Du côté des désavantages, comme la mise aléatoire ne représente pas un acheteur réel, lorsque celle-ci est supérieure à toutes les mises, le lot n'est pas vendu. L'introduction d'un prix de réserve aléatoire avec un potentiel d'augmenter la compétitivité

des mises peut donc réduire le nombre de lots vendus et affecter négativement l'efficacité économique de l'enchère et le revenu attendu. Pour ces raisons, le choix de l'intervalle de la distribution de laquelle sont tirés les prix aléatoires est une variable importante de la performance des enchères.

2.4 Prix aléatoires et enchères premier prix

Elyakime et al. (1994) s'intéressent au système d'enchère de premier prix de lots forestiers avec des prix de réserve aléatoires dans le sud de la France. Les auteurs estiment la distribution des valeurs sous-jacentes aux mises des acheteurs par méthodes économétriques, et ce, afin de calculer les prix de réserve optimale à partir des valeurs privées estimées. Li et Perrigne (2003) feront un exercice similaire une décennie plus tard, alors que Laffont et Maskin (1980), ainsi que Riley et Samuelson (1981) s'intéressent également à l'impact du choix du prix de réserve. Nous retenons que sous l'hypothèse d'un environnement compétitif, l'efficacité attendue pour le vendeur avec un prix de réserve annoncé serait aussi élevée que sous un prix de réserve non divulgué, mais les revenus légèrement moindres.

Li et Perrigne (2003) fournissent des preuves empiriques supplémentaires qui appuient cette conclusion. Cependant, les auteurs notent que dans leur analyse les prix de réserve observés étaient aléatoires en plus d'être non divulgué. Ils notent également que les prix de réserve ont aussi pour effet de réduire le nombre de mises reçues. Bajari et Hortacsu (2003) et Ji et Li (2008) indiquent des résultats similaires, soit que les prix de réserve aléatoires ont pour effet d'accroître les revenus, mais de décroître l'efficacité.

2.5 Vendre à un seul acheteur : le mécanisme Becker-DeGroot-Marschack (BDM)

Le mécanisme de BDM a été utilisé à maintes reprises, principalement en marketing et en économie expérimentale afin de mesurer la valeur intrinsèque d'objets pour des individus. Dans de telles applications, il est impossible d'évaluer la performance du mécanisme puisque la valeur réelle de l'objet n'est pas connue des chercheurs. Notre intérêt pour cette étude est dans les utilisations méthodologiques du BDM dans un contexte de valeur induite, c'est-à-dire que la valeur réelle des acheteurs est connue des chercheurs.

Irwin et al. (1998) démontrent qu'en laboratoire, le BDM peut être efficace à révéler la valeur d'un acheteur, mais il note que la bonne performance du mécanisme en laboratoire (avec des étudiants) demande une période importante d'apprentissage. L'étude démontre cependant que la distribution des prix aléatoires et la retenue d'information peuvent empêcher les mises de converger vers la valeur.

Plusieurs études présentent une comparaison du BDM à d'autres mécanismes (voir Rutstrom, 1998; Shogren et al, 2001; Noussair et al. 2004; Kaas et Ruprecht, 2006; et Berry et al. 2011) et concluent que les offres sous le BDM sont inférieures en moyenne aux offres comparables obtenues par une enchère Vickrey, même si en théorie ces deux mécanismes devaient produire les mêmes résultats. Typique de ces études, Rutstrom (1998) conclut que les deux mécanismes génèrent différentes offres pour les mêmes objets et suggère que le BDM a un impact négatif sur la capacité du vendeur à extraire des estimations véridiques de la valeur. Il est cependant difficile de confirmer ce résultat

puisque la valeur des objets demeurait inconnue. Il est donc possible que l'enchère Vickrey surestime plutôt les valeurs. En effet, Kagel et al. (1987) et Kagel et Levin (1993) constatent que la plupart des offres gagnantes dans les ventes aux enchères Vickrey sont plus élevées que la valeur des biens.

Noussair, Robin et Ruffieux (2004) comparent eux aussi l'enchère Vickrey de second prix avec offres scellées au BDM. Leurs résultats globaux indiquent que les mises BDM et Vickrey résultent en une sous-estimation des valeurs par des écarts de 39,9 % et 30,2 % respectivement. Par contre, l'expérience des participants avec le mécanisme amène une convergence vers la valeur réelle, les offres des dernières enchères n'indiquant qu'un biais négatif de 6,3 % pour le BDM et de 0,06 % pour l'enchère Vickrey.

Bohm, Linden et Sonnegård (1997) testent le BDM dans un contexte un peu différent. Ils tentent d'estimer le minimum qu'un vendeur accepterait pour vendre un certificat cadeau valide pour 30 litres d'essence qui avait préalablement été donné au participant. Le but principal de l'étude était de mesurer l'effet possible de modifier l'intervalle d'où provenaient les prix aléatoires, lequel, rappelons-le, est une variable déterminante pour les revenus et l'efficacité des enchères. Ils concluent que la borne supérieure de la distribution de laquelle le prix de réserve aléatoire est tiré peut influencer les mises des vendeurs. Comme l'évaluation du bien requiert une connaissance des prix du carburant, il est possible que l'intervalle des prix aléatoires soit utilisé comme une approximation de la valeur maximale du certificat.

Berry, Fischer, et Guiteras (2012) comparent le BDM à une offre ferme (à prendre ou à laisser) pour des filtres à eau au Ghana. Ils trouvent eux aussi que le BDM produit des mises inférieures à la méthode par offres fermes. Ils explorent des hypothèses alternatives pouvant expliquer l'écart, mais sans résultats concluants.

En résumé

- ✓ **Un prix de réserve non divulgué doit être perçu comme étant aléatoire par les acheteurs;**
- ✓ **L'enchère BDM est le seul mécanisme permettant des mises compétitives et la révélation de la valeur en présence d'un seul acheteur;**
- ✓ **Un prix de réserve aléatoire peut être considéré comme l'ajout d'une mise externe contre laquelle un acheteur doit faire compétition. Il peut donc, en contrepartie, réduire le nombre de lots vendus et affecter négativement l'efficacité économique de l'enchère;**
- ✓ **Les prix de réserve aléatoires sont généralement effectifs à accroître les revenus du vendeur;**
- ✓ **La distribution de laquelle sont tirés les prix de réserve aléatoires est une variable cruciale quant à la performance des enchères;**
- ✓ **Dans un environnement compétitif, l'efficacité attendue pour le vendeur avec un prix de réserve annoncé serait aussi élevée que sous un prix de réserve non divulgué, mais les revenus légèrement moindres;**

- ✓ Pour un seul acheteur, il a été démontré que le BDM a le potentiel de révéler la valeur de participants en laboratoire. Par contre, ce résultat demande souvent une période d'apprentissage et d'expérience;
- ✓ Il est à noter que dans des comparaisons avec d'autres mécanismes avec les mêmes propriétés théoriques (offres à prendre ou à laisser; enchère Vickrey), le BDM semble produire des mises inférieures. La cause de ces différences n'est pas clairement identifiée.

3. Généralisations du BDM pour la vente d'un lot composé de deux biens à un seul acheteur

3.1 Mise en contexte

Considérons l'offre d'un lot composé de deux essences valorisées par l'acheteur à des niveaux v_1 et v_2 respectivement. Le lot dans son ensemble a donc une valeur totale $v_{12} = v_1 + v_2$.⁷ Il serait possible de vendre le lot par BDM standard sur la base de cette valeur totale. Dans ce scénario, l'acheteur miserait la valeur totale du lot, un prix aléatoire serait tiré d'un intervalle suffisamment large qui inclut v_{12} au moins de façon probable, et le lot est vendu au prix aléatoire si la mise excède ou est égale à celui-ci.

Sous cette approche, il est optimal pour l'acheteur de soumettre une mise égale à v_{12} . Toutefois, une telle mise ne permet pas de distinguer la valeur des deux essences ou biens x_1 et x_2 . Il en va de même pour un mécanisme où l'acheteur dépose une mise couvrant les deux essences ou biens (m_1 et m_2) et où deux prix aléatoires (r_1 et r_2) sont tirés. Dans ce cas, le lot serait alloué lorsque la mise totale $m_1 + m_2$ excède ou égale le prix aléatoire total $r_1 + r_2$. C'est, d'un point de vue comportemental, néanmoins identique à l'approche précédente. En effet, la règle d'allocation et les profits qui peuvent en découler sont, comme précédemment, basés sur la valeur totale des deux biens. Ainsi, toutes les combinaisons de mises telles que $m_1 + m_2 = v_{12}$ produiront pour l'acheteur exactement le même résultat. Notons que la stratégie de révéler les valeurs par essence ou biens en misant $m_1 = v_1$ et $m_2 = v_2$ fait partie des équilibres possibles, mais n'est pas une stratégie qui domine les autres. Il n'existe aucun incitatif à révéler les valeurs par essence, l'incitatif se limitant à révéler la valeur totale. Ceci pourrait inciter, en fait, des mises stratégiques. Par exemple, un acheteur pourrait avoir un intérêt à ne pas révéler sa valeur par essence, sachant que cette dernière est utilisée dans un contexte de transposition des prix pour l'ensemble (80 %) de la forêt publique. Miser $m_1 = v_{12}$ et $m_2 = 0$, par

⁷ On peut considérer v_1 et v_2 comme les valeurs par unité de volume (par exemple, en $\$/m^3$). Ainsi, la valeur totale du lot serait $v_{12} = q_1 v_1 + q_2 v_2$ où q_1 et q_2 sont les volumes connus des deux essences. Similairement, l'allocation des droits de coupe pourrait aussi être faite sur la base d'une estimation des quantités réelles, mais le paiement final évalué sur les quantités coupées. Ses détails additionnels ne changent en rien des résultats fondamentaux, mais compliquent substantiellement l'analyse. Afin de simplifier la discussion, les quantités des deux essences sont normalisées à $q_1 = q_2 = 1$. Nous prenons en considération cette simplification dans la sous-section suivante.

exemple, n'a en principe aucune conséquence sur l'allocation ou les profits, mais brouille le signal de prix pour le gouvernement.

Notons que dans le cadre de cette étude, nous avons développé une preuve formelle et universelle (elle ne se limite donc pas au BDM) qu'il n'existe pas de mécanisme d'enchère permettant la révélation *directe* des valeurs composantes d'un bien (bien ayant au moins deux entités ou composantes). Pour y arriver, il est donc nécessaire de développer un mécanisme d'enchère qui introduit une incertitude quant à l'entité ou composante réellement en vente.

3.2 BDM-composé, une innovation du BDM pour un lot composé de deux biens

Tel que mentionné précédemment, l'agrégation de la valeur de deux composantes par l'acheteur est le nœud du problème, lequel résulte en de multiples combinaisons (équilibres) de révélation des valeurs individuelles des composantes, pourvu que la somme des combinaisons soit égale à v_{12} . En théorie, générer une incertitude quant à cette valeur totale (v_{12}) est suffisant pour briser le processus d'agrégation et forcer la révélation des valeurs individuelles. Dans le contexte de la forêt publique québécoise, créer de l'incertitude ne devrait pas poser problème puisque les quantités précises des essences (composantes) ne sont pas connues avec précision et les mises reflètent des prix par unité de volume.

Pour simplifier notre démonstration, nous utilisons une situation particulière qui demeure cependant compatible avec les principes théoriques généraux qui sont en jeu. Imaginons une situation où la quantité de l'essence 1 est connue avec certitude: $q_1 = 1$, mais la quantité de l'essence 2 est sujette à l'incertitude. En particulier, supposons que $q_2 = 1$ avec une probabilité P , et $q_2 = \beta$ avec une probabilité $(1-P)$.⁸ Un acheteur potentiel qui valorise les deux essences à v_1 et v_2 dépose une mise (m_1, m_2) . Le vendeur fait deux tirages au hasard des prix r_1 et r_2 provenant de distributions avec supports maximaux qui incluent les valeurs maximales de v_1 et v_2 respectivement (technique du BDM).

La règle appliquée est la suivante : une fois les mises reçues, q_2 est révélé aléatoirement et selon sa réalisation, l'acheteur obtient le lot si

$$\begin{aligned} m_1 + m_2 &\geq r_1 + r_2 && \text{si } q_2 = 1 \\ m_1 + \beta m_2 &\geq r_1 + \beta r_2 && \text{si } q_2 = \beta \end{aligned} \quad (1)$$

Le paiement à effectuer est alors compatible avec les règles de BDM :

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &&& \text{si } q_2 = 1 \\ r_1 + \beta r_2 &&& \text{si } q_2 = \beta \end{aligned} \quad (2)$$

⁸ La situation générale est simplement que les deux variables q_1 et q_2 sont toutes deux aléatoires avec distributions de probabilité $f_1(q_1)$ et $f_2(q_2)$. Le choix d'une fonction binomiale $(P, 1-P)$ sur $(1, \beta)$ simplifie l'analyse et l'illustration des principes sans perte de généralité.

Cette situation est représentative des enchères pour du bois déjà récolté par le bureau de mise en marché des bois (BMMB) et offert à un utilisateur. Dans ce contexte, la véritable quantité récoltée q_2 serait connue, et le bureau pourrait lui-même et arbitrairement choisir la probabilité P et une proportion β de l'essence 2 qui serait allouée dans le deuxième cas. Elle pourrait également être représentative de la mise aux enchères d'un lot ayant plus d'une essence si le BMMB a la possibilité de contrôler la récolte d'un lot sur la base des essences.

La théorie indique que la probabilité P et que β peuvent s'approcher de 1, et ce, sans affecter l'incitatif des acheteurs à révéler leurs valeurs pour les deux espèces. La logique de la révélation de la valeur peut être expliquée de la façon suivante. Au moment de soumettre sa mise unique, l'acheteur ne sait pas à quelle enchère il participe réellement. En fait, s'il participe à l'enchère $q_2 = 1$, il est optimal de miser de telle façon à ce que $m_1 + m_2 = v_1 + v_2$. Par contre, il est possible qu'il mise véritablement dans l'enchère $q_2 = \beta$ auquel cas il devient optimal de miser de façon à ce que $m_1 + \alpha m_2 = v_1 + \beta v_2$. Pour toute proportion $\beta \neq 1$, la seule solution possible faisant tenir ces deux équations de façon simultanée est que $m_1 = v_1$ et $m_2 = v_2$. La création d'une deuxième possibilité force l'acheteur à ne plus considérer seulement la valeur totale du lot. Puisque la mise optimale doit maintenant satisfaire la totalité de la valeur pour les deux situations possibles, la seule solution optimale revient à révéler les valeurs par essence.

En d'autres mots, la possibilité que la quantité de l'essence q_2 qu'un acheteur obtienne ne soit pas 100 % de la quantité force ce dernier à révéler ses valeurs pour les quantités q_1 et q_2 . Des simulations numériques illustrent plus en détail les incitatifs dans la prochaine section. Notons que cette situation peut être extrapolée à plusieurs essences. En effet, l'important est de maintenir l'acheteur dans l'incertitude quant à l'enchère dans laquelle il participe. À cet effet, la situation générale est simplement que les variables q_1, q_2, q_3, q_n sont toutes aléatoires avec distributions de probabilité $f_1(q_1), f_2(q_2), f_3(q_3), f_n(q_n)$.⁹ Nous poursuivons néanmoins notre démonstration avec deux essences, et ce, sans perte de généralité.

Du point de vue théorique, la révélation de la valeur ne nécessite qu'une déviation arbitrairement petite de l'enchère du lot entier. C'est donc dire que la probabilité P et la proportion β peuvent être choisies arbitrairement proches de $P=1$ et $\beta=1$ sans affecter la fonction révélatrice de la valeur.

Par contre, ces choix ainsi que les distributions statistiques d'où proviennent les prix aléatoires, ont potentiellement un effet important sur les niveaux de revenus et l'efficacité du mécanisme. Plus les valeurs de P et β sont faibles, moins rentables et efficaces seront les enchères. Une probabilité faible résulte en une proportion plus élevée d'enchères où certaines quantités ne sont pas vendues de façon délibérée, alors qu'une faible valeur de β diminue la proportion du bois vendue lorsque la deuxième enchère est sélectionnée. Ceci demeure vrai, peu importe la façon dont P et β sont générés, que ce soit par processus naturel ou par un processus aléatoire induit par les autorités.

⁹ Dans les faits, une situation d'incertitude sur une essence parmi n essences devrait être une condition suffisante pour obtenir la révélation de la valeur, bien que nous n'en ayons pas fait la preuve théorique.

Pour ce qui est de la distribution des prix aléatoires, il faut bien comprendre que ceux-ci agissent en partie comme des prix de réserve. En effet, plus la distribution favorise des prix élevés, plus les prix obtenus lors de ventes seront élevés, mais la probabilité de vente sera d'autant abaissée (rappelons que l'acheteur paie le prix de réserve aléatoire tiré d'une distribution uniforme si sa mise est supérieure à ce même prix de réserve). L'effet de différentes distributions sur les revenus est donc ambigu. Par contre, le choix d'une distribution de prix aléatoires élevés abaisse la probabilité de vente et résulte en une réduction de l'efficacité économique.

3.3 Simulations numériques du mécanisme *BDM-Composé*

Pour simuler la performance du mécanisme *BDM-Composé*, nous spécifions dans un premier temps les variables associées aux décisions du vendeur quant au mécanisme, puis celle des acheteurs selon leurs valeurs et le mécanisme auquel ils font face. La base des simulations est donc :

- Les valeurs v_1 et v_2 sont des variables aléatoires indépendantes provenant de la distribution uniforme entre 0 et 100 : $v_1 \sim U[0,100]$, $v_2 \sim U[0,100]$;
- Les prix aléatoires r_1 et r_2 sont des variables aléatoires indépendantes provenant de la distribution uniforme entre 0 et 100: $r_1 \sim U[0,100]$, $r_2 \sim U[0,100]$;
- La probabilité P sera systématiquement déplacée entre 0,05 et 1 par intervalle de 0,05. mais nous concentrerons l'analyse sur les valeurs 0,95 et 0,5;
- La portion β du bien 2 qui est disponible dans l'enchère sera systématiquement déplacée entre 0,05 et 1 par intervalle de 0,05, mais nous concentrerons l'analyse sur les valeurs 0,95 et 0,5.
- Le cas spécial où $P=1$ (sous l'hypothèse que les mises sont égales aux valeurs) servira de base de comparaison pour mesurer les variations de performance du mécanisme avec les autres cas.

Pour chacune des cinq combinaisons de P et β étudiées, les simulations numériques procèdent de façon identique. Un total de 400 000 enchères *BDM* sont conduites selon les règles du traitement étudié. Ces simulations appliquent le résultat théorique de révélation de la valeur ($m_1=v_1$ et $m_2=v_2$) afin de mesurer la performance du mécanisme sous chacune des conditions. Pour les résultats agrégés tels l'efficacité et les revenus, les enchères sont divisées en 400 groupes de 1000 enchères. La performance de chacun des groupes est par la suite calculée, générant ainsi une distribution de la performance du mécanisme basé sur ces 400 groupes. À titre d'exemple, lorsque nous rapportons au Tableau 1 un surplus disponible moyen de 100,084, ce dernier est calculé à partir de la moyenne de 400 groupes comprenant chacun 1000 enchères pour une simulation donnée. L'avantage de procéder ainsi, plutôt que de prendre directement la moyenne sur l'ensemble des enchères est qu'il devient possible de calculer des erreurs standards pour les statistiques d'intérêt.

3.3.1 Hypothèses et base de comparaison

Il est important de noter que pour l'ensemble de nos simulations, nous appliquons l'hypothèse que les acheteurs misent leurs valeurs, et ce, même si en réalité le mécanisme ne peut assurer avec certitude ce résultat. En plus de présenter des statistiques de base telles que les proportions moyennes des lots qui sont vendus au complet, nous présentons les six statistiques suivantes :

$$\text{Surplus disponible (maximum possible)} = v_1 + v_2$$

$$\text{Surplus total (réalisé)} = S_A(v_1 + v_2) + S_B(v_1 + \beta v_2)$$

$$\text{Index d'efficacité} = \text{surplus total} / \text{surplus disponible}$$

$$\text{Surplus de l'acheteur} = S_A[(v_1 - r_1) + (v_2 - r_2)] + S_B[(v_1 - r_1) + \beta(v_2 - r_2)]$$

$$\text{Revenu} = S_A(r_1 + r_2) + S_B(r_1 + \beta r_2)$$

$$\text{Index du revenu} = \text{Revenu} / (v_1 + v_2)$$

Le paramètre S_A est une variable indicatrice qui prend la valeur 1 lorsque le lot complet (l'ensemble des essences) est vendu et la valeur 0 autrement. Similairement, S_B réfère à la situation où β est différent de 1. Ainsi, $S_B = 1$ indique que le lot partiel a été vendu et 0 indique qu'il n'a pas été vendu (S_A et S_B sont égales à zéro lorsqu'il n'y a pas de vente). Notons que puisque la valeur de réserve des lots est normalisée à zéro, le surplus maximal atteignable ($v_1 + v_2$) correspond aussi au revenu maximal du vendeur. Ceci nécessite que tous les acheteurs achètent tous les lots à leur valeur. Bien que très peu probable en pratique, ce résultat est une base de référence pour comparer la performance du mécanisme sous différentes combinaisons des paramètres P et β .

Le Tableau 1 présente les résultats de la simulation pour une probabilité $P=1$, c'est donc dire que l'enchère est pour l'ensemble du volume des deux essences ($\beta=1$). En plus de présenter la moyenne et l'écart type de chacune des statistiques, les tableaux présentent le minimum et le maximum observé parmi les 400 groupes, ainsi que l'information statistique en centiles inversés. Prenons par exemple le surplus disponible (valeur totale moyenne d'un lot) par enchère. La moyenne pour les 400 groupes est de 100,084 avec un écart type (É-T) de 1,284. Le minimum de 96,839 représente la plus basse moyenne, parmi les 400 groupes, de la valeur totale moyenne des 1000 lots de ce groupe. La colonne 10 % indique que 10 % des 400 observations sont plus basses ou égales à 98,397. La médiane (50 %) se situe à 100,144, et 90 % des observations sont inférieures à 101,702.

Tableau 1 : Performance attendue du Mécanisme BDM-Composé - Scénario de base: $P=1$ (sous l'hypothèse $m_1=v_1, m_2=v_2$)

	Moyenne	É-T	Min	10 %	25 %	50 %	75 %	90 %	Max
Surplus disponible	100,084	1,284	96,839	98,397	99,171	100,144	101,037	101,702	104,329
Surplus total	62,209	2,045	56,858	59,495	60,795	62,183	63,662	64,840	67,789
Index d'efficacité	0,621	0,016	0,571	0,602	0,611	0,622	0,633	0,640	0,669
Surplus de l'acheteur	23,585	1,033	20,857	22,289	22,902	23,577	24,293	24,936	26,257
Revenu	38,624	1,393	34,964	36,816	37,685	38,538	39,557	40,478	42,864
Index du revenu	0,386	0,012	0,348	0,371	0,378	0,385	0,393	0,402	0,423
% Lot entier	0,504	0,016	0,456	0,484	0,493	0,504	0,515	0,523	0,550
% Lot β	0	0	0	0	0	0	0	0	0
% lot non vendu	0,496	0,016	0,450	0,477	0,485	0,496	0,506	0,516	0,544

Par construction, ces simulations génèrent des lots d'une valeur moyenne et médiane de 100. Si tous les lots étaient vendus, le surplus économique réalisé serait donc égal à ce surplus disponible moyen. En pratique, le mécanisme BDM n'alloue que 50 % des lots lorsque les valeurs et prix aléatoires proviennent exactement de la même distribution. Par contre, comme les lots pour lesquels les acheteurs ont une plus grande valeur ont une plus grande probabilité d'être vendus que les lots pour lesquels les acheteurs ont une petite valeur, le surplus réalisé est de 62,2, soit un index d'efficacité de 62 %. Cette forme du mécanisme permet donc d'allouer 62 % de la valeur économique maximale.

Le revenu maximal qui pourrait être obtenu de la vente des lots offerts dans les simulations est aussi égal à la valeur des lots distribués (62,2). Pour obtenir ce revenu maximal, tous les lots alloués devraient l'être à leur valeur maximale. Or, comme ce n'est pas le cas (rappelons que l'acheteur mise sa valeur, mais paie le prix du tirage aléatoire qui est généralement sous sa valeur pour le lot), le mécanisme dans nos simulations produit un revenu moyen de 38,6, soit 38,5 % du revenu maximal possible.

3.3.2 Combinaisons P-β

Tel que discuté précédemment, afin de mettre en place un mécanisme qui incite à la révélation de la valeur par essence, il est nécessaire d'imposer une probabilité $(1-P) > 0$ que la quantité d'au moins une des deux essences ne sera pas complètement allouée. Toujours à l'aide de nos simulations mathématiques, nous développons donc les résultats pour quatre scénarios présentés au Tableau 2. Notons que ces scénarios seront par la suite déployés en laboratoire.

Tableau 2 : BDM-Combiné - Quatre scénarios avec différentes combinaisons de valeur pour P et β

Scénario	Probabilité de Lot complet (P)	Proportion de la quantité 2 dans les lots incomplets (β)
2	0,95	0,95
3	0,50	0,95
4	0,95	0
5	0,50	0

En théorie, une très faible probabilité que la quantité d'au moins une des deux essences ne soit pas complètement allouée est suffisante pour inciter à la révélation de la demande par essence. Le scénario 2 reflète cette situation en ayant une probabilité de 5 % que le lot aux enchères ne soit pas entièrement alloué, puisque dans ce cas précis, l'essence 2 ne serait allouée qu'à 95 % des quantités disponibles. Puisque dans ce scénario la probabilité et la quantité non allouée sont faibles, les pertes d'efficacité associées à l'exclusion d'une partie de l'essence 2 sont minimisées. Les autres scénarios devraient permettre de mieux cerner l'importance des variables probabilités de lot incomplet et de la proportion d'exclusion de l'essence 2 associée à cette probabilité. Ainsi, dans le scénario 3, l'acheteur a 50 % de chance de voir les quantités de l'essence 2 être réduites de 5 %. Par contre, dans les scénarios 4 et 5, l'acheteur fait face à la possibilité de ne pas pouvoir récolter l'essence 2 avec des probabilités de 5 % et 50 %, respectivement.

Tableau 3 : Performance attendue du mécanisme BDM-Composé - Scénario 2 - P=β=0,95

	Moyenne	É.-T.	Min	10 %	25 %	50 %	75 %	90 %	Max
Surplus disponible	100,061	1,282	95,201	98,520	99,281	100,048	100,798	101,661	104,686
Surplus total	62,063	2,078	56,376	59,484	60,460	61,989	63,447	64,624	67,908
Index d'efficacité	0,620	0,016	0,583	0,600	0,609	0,620	0,632	0,640	0,663
Surplus de l'acheteur	23,503	1,063	20,694	22,144	22,749	23,439	24,112	24,800	26,919
Revenu	38,561	1,435	34,907	36,797	37,488	38,481	39,529	40,479	42,498
Index du revenu	0,385	0,012	0,350	0,370	0,376	0,385	0,393	0,402	0,421
% Lot entier	0,478	0,016	0,433	0,457	0,467	0,477	0,488	0,499	0,522
% Lot β	0,025	0,005	0,012	0,018	0,021	0,025	0,028	0,031	0,043
% lot non vendu	0,497	0,016	0,452	0,476	0,487	0,497	0,508	0,516	0,540

Tableau 4 : Performance attendue du mécanisme BDM-Composé - Scénario 3 - P=0,5 et β=0,95

	Moyenne	É.-T.	Min	10 %	25 %	50 %	75 %	90 %	Max
Surplus disponible	99,946	1,293	96,409	98,428	99,061	99,876	100,688	101,596	103,727
Surplus total	61,156	2,111	54,173	58,526	59,769	61,047	62,587	63,761	67,232
Index d'efficacité	0,612	0,016	0,561	0,591	0,602	0,612	0,622	0,632	0,655
Surplus de l'acheteur	23,264	1,071	19,877	22,021	22,517	23,302	23,994	24,624	26,271
Revenu	37,892	1,422	33,371	36,087	36,880	37,859	38,786	39,670	41,972
Index du revenu	0,379	0,012	0,345	0,365	0,372	0,379	0,386	0,394	0,410
% Lot entier	0,251	0,014	0,210	0,234	0,241	0,250	0,261	0,269	0,286
% Lot β	0,251	0,015	0,195	0,233	0,241	0,251	0,261	0,269	0,294
% lot non vendu	0,498	0,016	0,450	0,477	0,489	0,499	0,509	0,518	0,548

Tableau 5 : Performance attendue du mécanisme BDM-Composé - Scénario 4 - P=0,95 et β=0

	Moyenne	É.-T.	Min	10 %	25 %	50 %	75 %	90 %	Max
Surplus disponible	100,012	1,344	96,483	98,259	99,084	100,039	100,902	101,629	104,697
Surplus total	60,716	2,062	54,771	58,151	59,312	60,634	61,983	63,532	67,081
Index d'efficacité	0,607	0,015	0,563	0,587	0,597	0,606	0,616	0,627	0,652
Surplus de l'acheteur	23,249	1,060	20,449	21,897	22,537	23,239	23,929	24,500	26,457
Revenu	37,468	1,413	32,520	35,720	36,501	37,498	38,338	39,242	41,342
Index du revenu	0,375	0,012	0,331	0,359	0,367	0,375	0,382	0,389	0,410
% Lot entier	0,478	0,016	0,433	0,458	0,468	0,478	0,487	0,500	0,522
% Lot β	0,025	0,005	0,011	0,019	0,021	0,025	0,028	0,031	0,042
% lot non vendu	0,497	0,016	0,453	0,476	0,487	0,497	0,508	0,515	0,543

Tableau 6 : Performance attendue du mécanisme BDM-Composé - Scénario 5 - P=0,5 et $\beta=0$

	Moyenne	É.-T.	Min	10 %	25 %	50 %	75 %	90 %	Max
Surplus disponible	100,023	1,321	95,918	98,425	99,144	99,985	100,909	101,807	104,142
Surplus Total	47,903	1,768	42,509	45,786	46,683	47,928	49,113	50,149	53,627
Index d'efficacité	0,479	0,014	0,435	0,460	0,469	0,479	0,489	0,497	0,521
Surplus de l'acheteur	20,222	0,941	17,545	18,966	19,602	20,195	20,865	21,439	22,604
Revenu	27,682	1,213	24,497	26,113	26,783	27,682	28,528	29,227	31,775
Index du revenu	0,277	0,010	0,247	0,264	0,270	0,277	0,284	0,291	0,309
% Lot entier	0,252	0,013	0,217	0,236	0,243	0,253	0,261	0,269	0,287
% Lot β	0,251	0,014	0,211	0,234	0,242	0,251	0,260	0,269	0,289
% lot non vendu	0,496	0,016	0,456	0,475	0,485	0,497	0,508	0,516	0,551

La comparaison des tableaux de résultats de nos simulations mathématiques indique qu'en théorie, le coût associé à induire la révélation de la valeur est relativement faible, sauf dans le cas où une fraction importante du lot (essence 2) a une probabilité élevée de ne pas être disponible. En effet, une comparaison des Scénarios 1 (base), 2 et 3 révèle des différences de moins de 2 % des indicateurs de performance clé, soit les revenus et l'efficacité. Évidemment, les pertes sont plus importantes lorsque la probabilité d'attribution du lot partiel augmente (P diminue) et lorsque la fraction allouée du lot partiel (β) diminue. Les Figures 1 et 2 illustrent ces résultats de façon plus exhaustive.

Figure 1 : Impact de la probabilité d'attribution du lot complet (P) et la fraction du lot incomplet (β) sur l'efficacité, BDM-Composé

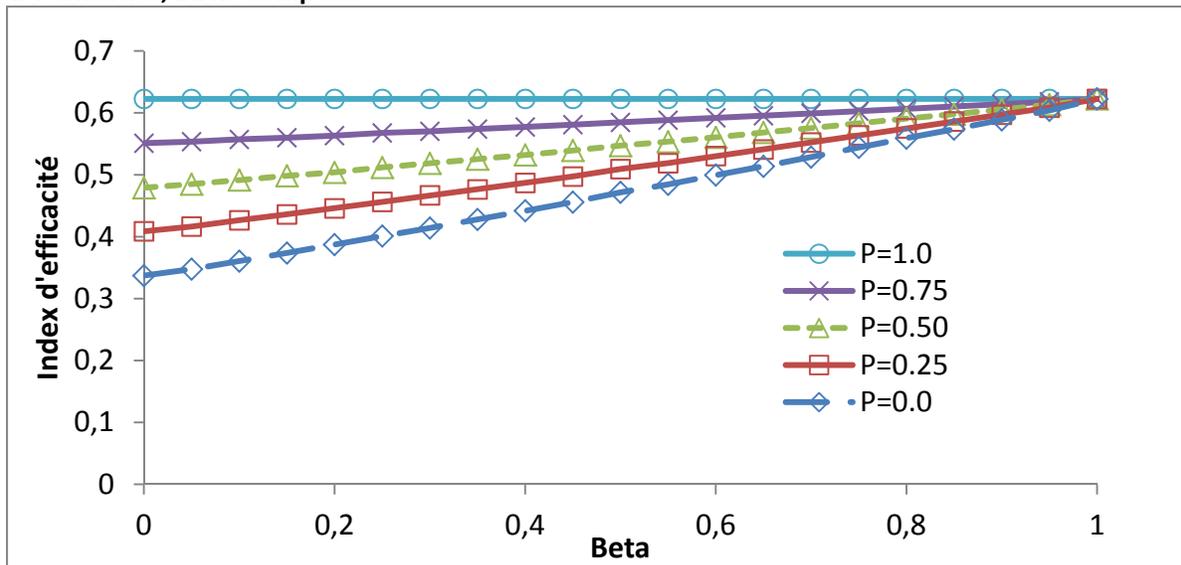
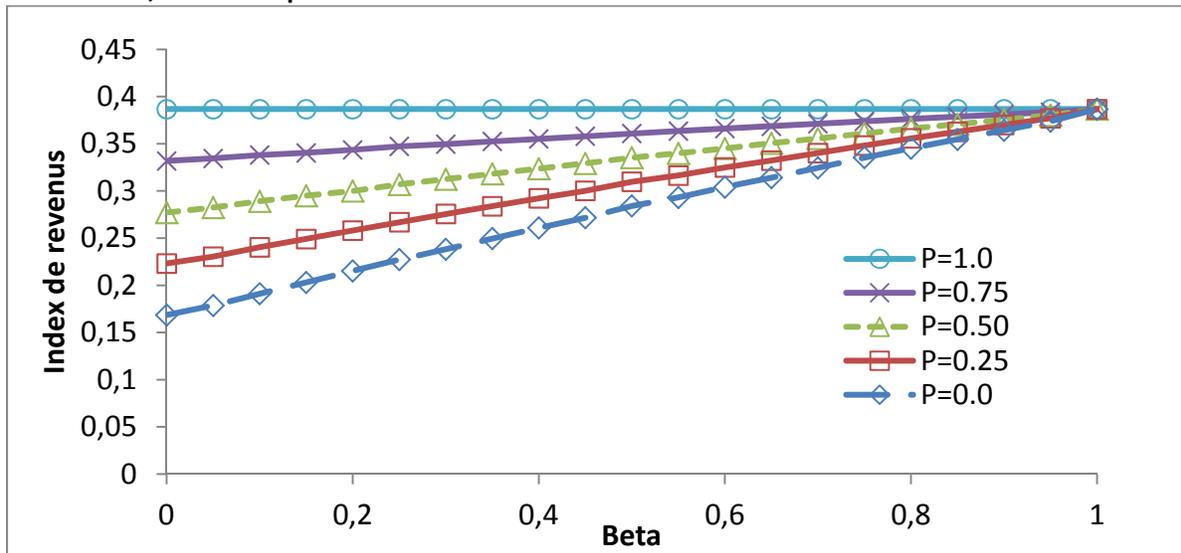


Figure 2 : Impact de la probabilité d'attribution du lot complet (P) et la fraction du lot incomplet (β) sur le revenu, BDM-Composé



En résumé

- ✓ La vente d'un lot composé de deux essences ou plus (ou d'un bien ayant deux composantes ou plus) pose problème si l'objectif est la révélation des valeurs par essence. En effet, puisque l'attribution du lot se fait sur la valeur totale, toute combinaison $v_{12} = v_1 + v_2$ sera optimale. Ceci ouvre la porte à des mises stratégiques telles que sous-déclarer V_1 et sur déclarer V_2 ;
- ✓ Afin de créer les incitatifs à révéler les valeurs par essence, nous avons développé le mécanisme de BDM-composé. Ce mécanisme génère une incertitude quant à la valeur totale (v_{12}), permettant du fait de briser le processus d'agrégation et de forcer la révélation des valeurs individuelles;
- ✓ L'incertitude est créée en attribuant une probabilité que la quantité de l'essence q_2 qu'un acheteur obtient ne soit pas 100 % (pourrait même être zéro). Nous avons donc ici deux variables d'intérêt, soit β qui est la proportion de l'essence 2 qui sera attribuée (entre 0 % et 100 %) et P, la probabilité que cet évènement se produise;
- ✓ En théorie, la probabilité P et la proportion β peuvent être choisies arbitrairement proches de $P=1$ et $\beta=1$ sans affecter la fonction révélatrice de la valeur;
- ✓ Des simulations numériques du mécanisme BDM-composé indiquent qu'en théorie, le coût associé à induire la révélation de la valeur est très faible, sauf dans le cas où une fraction importante d'une des essences ait une probabilité de ne pas être disponible. Bien qu'elles demeurent faibles, selon nos simulations les pertes de revenus et d'efficacité augmentent lorsque la probabilité de n'obtenir qu'une fraction d'une des essences augmente (P diminue) et lorsque la fraction allouée du lot partiel (β) diminue.

3.4 Économie expérimentale

3.4.1 Protocole

En janvier et février 2014, les scénarios de 1 à 5 ont été réalisés en laboratoire. Un total de 73 étudiants a participé à des sessions expérimentales dans lesquelles tous les scénarios étaient présents. Ceci permet de comparer la performance du mécanisme sous les différents paramètres, tout en contrôlant complètement pour les caractéristiques individuelles des participants.

Une campagne de recrutement a été conduite auprès d'étudiants des programmes de baccalauréat, de maîtrise et de doctorat en économie et en administration des affaires de l'université de Victoria. Le recrutement au baccalauréat fût limité aux étudiants ayant complété au moins une année du programme de baccalauréat¹⁰.

Les participants potentiels furent par la suite invités à s'inscrire à des sessions affichées selon un horaire prédéterminé. Les étudiants ayant participé à nos enchères de premier prix en 2012 étaient éligibles, puisque l'expérience alors acquise n'est pas en lien avec la compréhension du BDM combiné.

Les participants furent accueillis par le professeur Rondeau et un assistant dans un salon adjacent au laboratoire, où ils devaient lire et signer un formulaire de consentement volontaire pour leur participation. Le laboratoire de l'université de Victoria permet d'accueillir 12 étudiants simultanément. Si plus de 12 participants se présentaient (sur les 16 recrutés), les participants excédentaires (déterminés selon l'ordre d'arrivée) recevaient 5 \$ et obtenaient une priorité pour une session subséquente.

Dans le laboratoire, les instructions nécessaires au bon déroulement de la session expérimentale et aux règles de marché des enchères ont été présentées par le professeur Rondeau, à l'aide d'un support visuel. Le logiciel utilisé a été développé à l'université de Victoria sur la plateforme Z-Tree (Zurich Toolbox for Readymade Economic Experiments – Fischbacher, 2007).

Suivant la présentation des instructions, les participants furent par la suite invités à participer à 10 périodes de pratiques utilisant le scénario de base (scénario 1). Pendant ces périodes, les revenus (ou pertes) étaient comptabilisés à un taux de 10 % des revenus normal, permettant ainsi aux participants de faire des erreurs ou de tester leur stratégie de mise avec des conséquences monétaires minimales. Une fois les périodes de pratiques terminées, il était rappelé aux participants qu'ils avaient l'opportunité de gagner des sommes 10 fois plus élevées pour les prochaines périodes. Les Figures 3 et 5 présentent des écrans de prise de décision et de résultats, respectivement.

Suivant la complétion des dix périodes de pratique, une autre série d'instructions intégrant les autres scénarios ont été présentées aux participants, à l'aide d'un support visuel. Comme l'indiquent les Figures 5 et 6, les scénarios ont été présentés aux participants simultanément. Cette procédure parfois utilisée en économie expérimentale est connue sous le nom de « *strategy method* ».

Tel qu'illustré à la Figure 5, le participant reçoit deux valeurs et fait face à des décisions distinctes et indépendantes pour chacun des cinq scénarios qui lui sont présentés. À la fin d'une période,

¹⁰ Le système de recrutement informatisé peut être consulté à web.uvic.ca/economics-experiments/

lorsqu'une mise a été déposée sous chaque scénario, les résultats pour chacun des scénarios sont présentés. Cependant, un seul scénario sera utilisé pour le calcul des profits, ce dernier étant choisi de façon aléatoire. Chaque scénario a la même probabilité d'être sélectionné.

Bien que cette approche n'affecte pas les incitatifs, chaque décision étant indépendante l'une de l'autre, elle permet d'obtenir un contrôle des facteurs individuels. Ceci représente un avantage statistique, notamment lors de l'analyse de la différence entre différents scénarios. En effet, comme un même individu est soumis à divers scénarios, les différences observées entre scénarios ne peuvent être attribuées à des différences possibles dans les caractéristiques individuelles des participants. Par contre, dans la méthode par stratégie il est possible que les perceptions des participants par rapport à un scénario contaminent le comportement adopté dans un autre scénario (indépendance n'est alors pas respectée).

Une fois les instructions terminées, les participants ont été invités à participer, à leur rythme, à 30 périodes d'enchères. Une fois la dernière tâche complétée, les participants remplissaient un bref questionnaire sociodémographique puis étaient payés en argent comptant. Les participants ont pris un peu moins de 90 minutes en moyenne pour accomplir les tâches et ont reçu en moyenne 55 \$ pour leur participation.

Figure 3 : Écran de Mise pour une pratique du (Scénario 1)

You are bidding in an auction for

1kg of Good 1 valued at: \$52/kg
1kg of Good 2 valued at: \$46/kg

Bid per kg of Good 1:

Bid per kg of Good 2:

Submit your Bids

Figure 4 : Écran de Résultat pour une pratique (Scénario 1)

Value of Good 1: \$52/kg
Value of Good 2: \$46/kg

Your Bid for Good 1 was \$52.00/kg
Your Bid for Good 2 was \$46.00/kg

The Price of Good 1 is \$21/kg
The Price of Good 2 is \$12/kg

Your bid is successful.

Your profit for this round would normally be: \$65.00
Your practice profits for this round are (10% of above): \$6.50
Cumulative Profits for the experiment: \$30.50

OK

Figure 5 : Écran principal d'information et d'entrée des mises pour les cinq Scénarios

Task 3: Multiple Scenarios 1 of 30				
Value of Good 1: \$ 61/kg Value of Good 2: \$ 93/kg				
Scenario 1	Scenario 2	Scenario 3	Scenario 4	Scenario 5
Auction A Draw: 1 to 20 (Always) 1 kg of Good 1 valued at \$61/kg 1 kg of Good 2 valued at \$93/kg	Auction A Draw: 1 to 19 (95% probability) 1 kg of Good 1 valued at \$61/kg 1 kg of Good 2 valued at \$93/kg	Auction A Draw: 1 to 10 (50% probability) 1 kg of Good 1 valued at \$61/kg 1 kg of Good 2 valued at \$93/kg	Auction A Draw: 1 to 19 (95% probability) 1 kg of Good 1 valued at \$61/kg 1 kg of Good 2 valued at \$93/kg	Auction A Draw: 1 to 10 (50% probability) 1 kg of Good 1 valued at \$61/kg 1 kg of Good 2 valued at \$93/kg
	Auction B Draw: 20 (5% probability) 1 kg of Good 1 valued at \$61/kg 0.95 kg of Good 2 valued at \$93/kg	Auction B Draw: 11 to 20 (50% probability) 1 kg of Good 1 valued at \$61/kg 0.95 kg of Good 2 valued at \$93/kg	Auction B Draw: 20 (5% probability) 1 kg of Good 1 valued at \$61/kg 0.00 kg of Good 2 valued at \$93/kg	Auction B Draw: 11 to 20 (50% probability) 1 kg of Good 1 valued at \$61/kg 0.00 kg of Good 2 valued at \$93/kg
Bids Bid per kg of Good 1: <input style="width: 50px;" type="text"/> Bid per kg of Good 2: <input style="width: 50px;" type="text"/>	Bids Bid per kg of Good 1: <input style="width: 50px;" type="text"/> Bid per kg of Good 2: <input style="width: 50px;" type="text"/>	Bids Bid per kg of Good 1: <input style="width: 50px;" type="text"/> Bid per kg of Good 2: <input style="width: 50px;" type="text"/>	Bids Bid per kg of Good 1: <input style="width: 50px;" type="text"/> Bid per kg of Good 2: <input style="width: 50px;" type="text"/>	Bids Bid per kg of Good 1: <input style="width: 50px;" type="text"/> Bid per kg of Good 2: <input style="width: 50px;" type="text"/>
<input style="background-color: red; color: white; padding: 5px 10px;" type="button" value="Reset"/>		<input style="background-color: red; color: white; padding: 5px 10px;" type="button" value="Submit your Bids"/>		

Figure 6 : Écran principal de résultats pour les cinq Scénarios

Task 3: Multiple Scenarios, Results 1 of 30				
Value for Good 1: \$61/kg Value for Good 2: \$93/kg				
The random number drawn between 1 and 20 was 20				
Scenario 1 <small>(Auction A: always)</small>	Scenario 2 <small>(Auction A: 1 to 19; Auction B: 2U)</small>	Scenario 3 <small>(Auction A: 1 to 1U; Auction B: 11 to 2U)</small>	Scenario 4 <small>(Auction A: 1 to 19; Auction B: 2U)</small>	Scenario 5 <small>(Auction A: 1 to 1U; Auction B: 11 to 2U)</small>
<p>Auction selected: B</p> <p>Your Bid for Good 1 was \$61.00/kg Your Bid for Good 2 was \$93.00/kg</p> <p>The Price of Good 1 is \$65.00/kg The Price of Good 2 is \$41.00/kg</p> <p>Your bid is successful.</p>	<p>Auction selected: B</p> <p>Your Bid for Good 1 was \$61.00/kg Your Bid for Good 2 was \$93.00/kg</p> <p>The Price of Good 1 is \$65.00/kg The Price of Good 2 is \$41.00/kg</p> <p>Your bid is successful.</p>	<p>Auction selected: B</p> <p>Your Bid for Good 1 was \$61.00/kg Your Bid for Good 2 was \$93.00/kg</p> <p>The Price of Good 1 is \$65.00/kg The Price of Good 2 is \$41.00/kg</p> <p>Your bid is successful.</p>	<p>Auction selected: B</p> <p>Your Bid for Good 1 was \$61.00/kg Your Bid for Good 2 was \$93.00/kg</p> <p>The Price of Good 1 is \$65.00/kg The Price of Good 2 is \$41.00/kg</p> <p>Your bid is unsuccessful.</p>	<p>Auction selected: B</p> <p>Your Bid for Good 1 was \$61.00/kg Your Bid for Good 2 was \$93.00/kg</p> <p>The Price of Good 1 is \$65.00/kg The Price of Good 2 is \$41.00/kg</p> <p>Your bid is unsuccessful.</p>
<p>You get 1kg of Good 1: \$61.00 You get 1kg of Good 2: \$93.00</p> <p>You pay for Good 1: \$65.00 You pay for Good 2: \$41.00</p> <p>Your profit is: \$48.00</p>	<p>You get 1kg of Good 1: \$61.00 You get 0.95kg of Good 2: \$88.35</p> <p>You pay for Good 1: \$65.00 You pay for Good 2: \$38.95</p> <p>Your profit is: \$45.40</p>	<p>You get 1kg of Good 1: \$61.00 You get 0.95kg of Good 2: \$88.35</p> <p>You pay for Good 1: \$65.00 You pay for Good 2: \$38.95</p> <p>Your profit is: \$45.40</p>	<p>You get 1kg of Good 1: \$0.00 You get 1.00kg of Good 2: \$0.00</p> <p>Your payment for Good 1: \$0.00 Your payment for Good 2: \$0.00</p> <p>Your profit is: \$0.00</p>	<p>You get 1kg of Good 1: \$0.00 You get 1.00kg of Good 2: \$0.00</p> <p>You pay for Good 1: \$0.00 You pay for Good 2: \$0.00</p> <p>Your profit is: \$0.00</p>
The scenario selected for payment: Scenario 1				
<p>Profits from the chosen scenario: 48.00 Total Profits in the experiment: 91.90</p>				
<div style="border: 1px solid red; padding: 2px 10px; display: inline-block; color: white; font-weight: bold;">OK</div>				

À la Figure 5, nous constatons que ce qui distingue les scénarios 1 à 6 est la probabilité de réalisation des quantités du bien 2. Ce dernier est disponible à 100 % avec certitude dans le scénario 1 (base), alors qu'il est disponible à 95 % avec des probabilités de 5 % et 50 % dans l'enchère B des scénarios 2 et 3, respectivement. Le bien 2 n'est pas disponible avec des probabilités de 5 % et 50 % dans l'enchère B des scénarios 4 et 5, respectivement. Notons que l'enchère A est la contrepartie des probabilités de chaque scénario (sauf pour le scénario 1 qui n'a pas de contrepartie, étant certain).

La Figure 6 présente le résultat fictif d'un participant qui aurait misé ses valeurs. Dans le cas du scénario 1, bien que la mise pour le bien 1 (61 \$) soit inférieure à la valeur aléatoire du BDM (65 \$), une transaction prend place, puisque c'est la somme agrégée des biens 1 et 2 qui détermine si une transaction prend place ou non. Or, la valeur aléatoire du BDM (41 \$) pour le bien 2 est nettement inférieure à la mise (93 \$). Ainsi, la valeur agrégée du BDM pour les deux biens est de 105 \$, alors que la mise agrégée est de 134 \$. Dans cet exemple fictif, l'enchère B est celle qui est aléatoirement sélectionnée dans tous les cas. Ainsi, nous constatons à la Figure 6 qu'une faible (5 %) ou forte (50 %) probabilité d'obtenir 95 % du bien 2 affecte négativement mais faiblement les revenus (scénarios 2 et 3) lorsque les probabilités ne sont pas favorables à l'acheteur (enchère B est sélectionnée). Ceci s'explique du fait, dans notre exemple, que la mise agrégée (134 \$) est largement supérieure à la valeur agrégée du BDM pour les deux biens (105 \$). Toutefois, dans le cas d'une faible (5 %) ou forte (50 %) probabilité d'obtenir 0 % du bien 2, il n'y a pas transaction lorsque les probabilités ne sont pas favorables à l'acheteur (enchère B est sélectionnée). En effet, dans ce cas ne reste que la mise sur le bien 1 (61 \$), laquelle est inférieure à la valeur aléatoire du BDM (65 \$), il n'y a donc pas de transaction (scénarios 4 et 5).

3.4.2 Résultats

3.4.2.1 Révélation de la valeur

La Figure 7 présente une variable clé de l'analyse des résultats expérimentaux. On y retrouve la proportion des mises totales par période et scénario qui sont à moins de 3 Écus (une unité monétaire expérimentale) d'écart de la valeur totale du lot. Rappelons que dans tous les cas, la stratégie optimale est de miser la valeur totale du lot (la somme des valeurs des deux essences), et ce peu importe le scénario. Les Figures 8 et 9, quant à elles, séparent les mises par essence. Rappelons que dans un BDM combiné normal (scénario 1), il n'y a pas d'incitatif particulier à miser (révéler) les valeurs par essence, l'incitatif étant uniquement de miser (révéler) la somme des valeurs des deux essences. Par contre, en théorie, les autres scénarios incitent à la révélation des valeurs par essence.

Figure 7 : Proportion des mises totales ayant un écart inférieur à 3 Écus de la valeur totale BDM Combiné

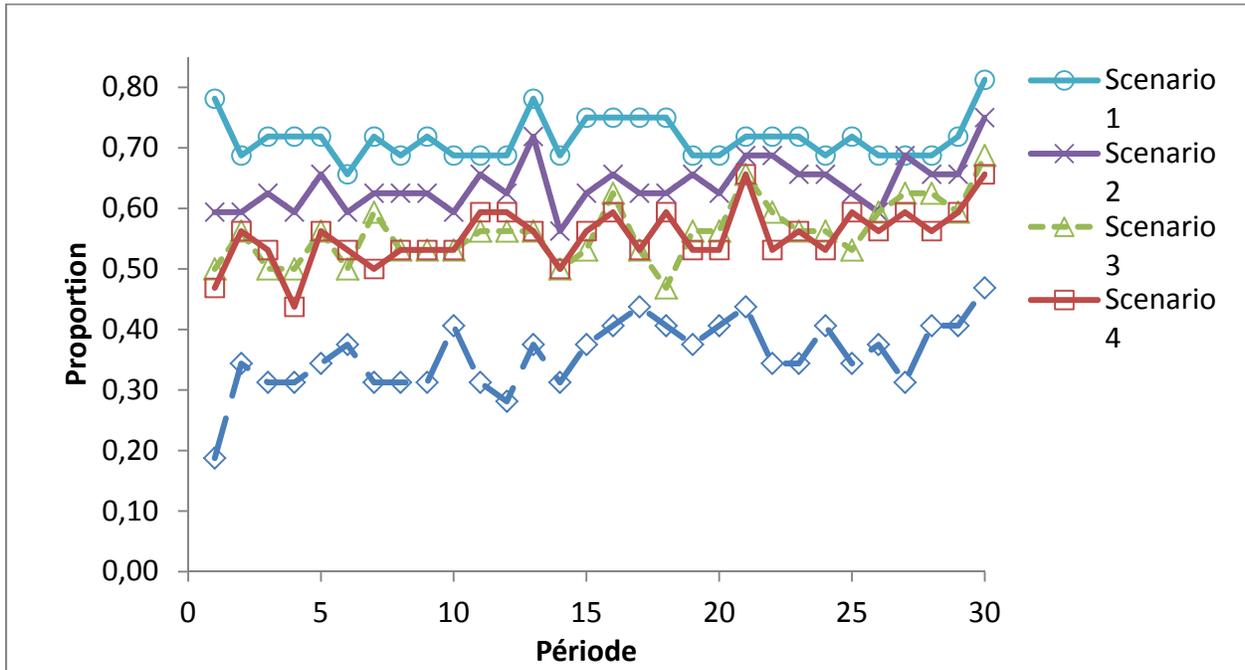


Figure 8 : Proportion des mises sur le bien 1 ayant un écart inférieur à 2 Écus de V_1 BDM Combiné

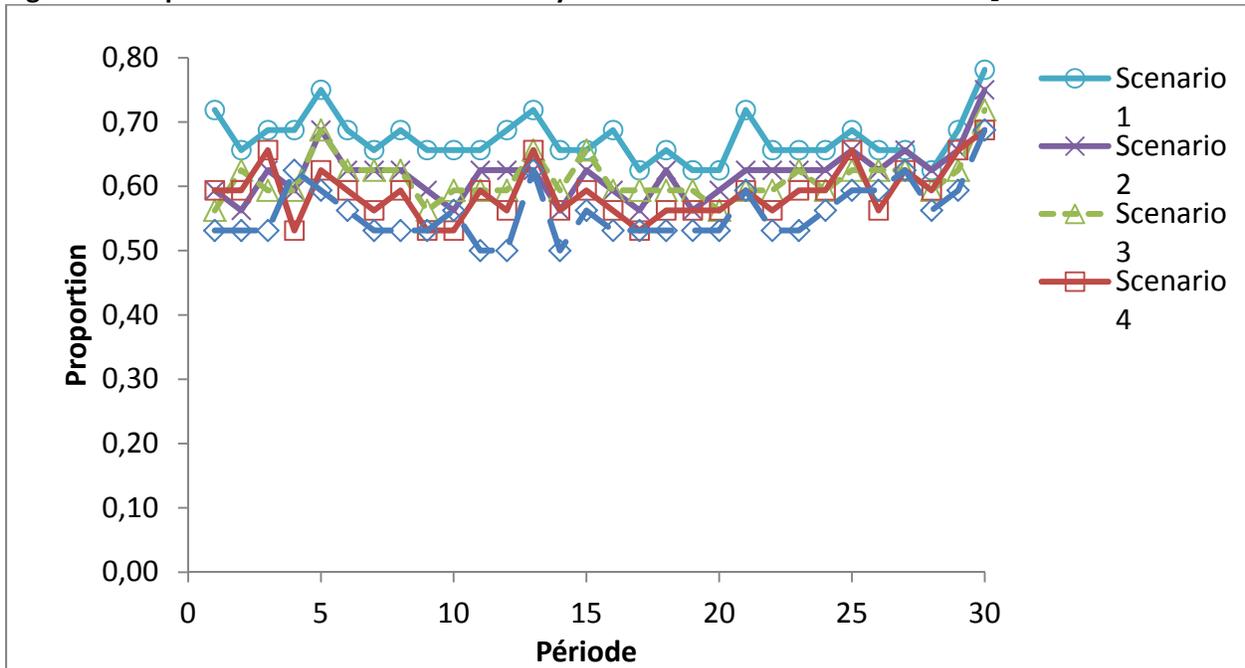
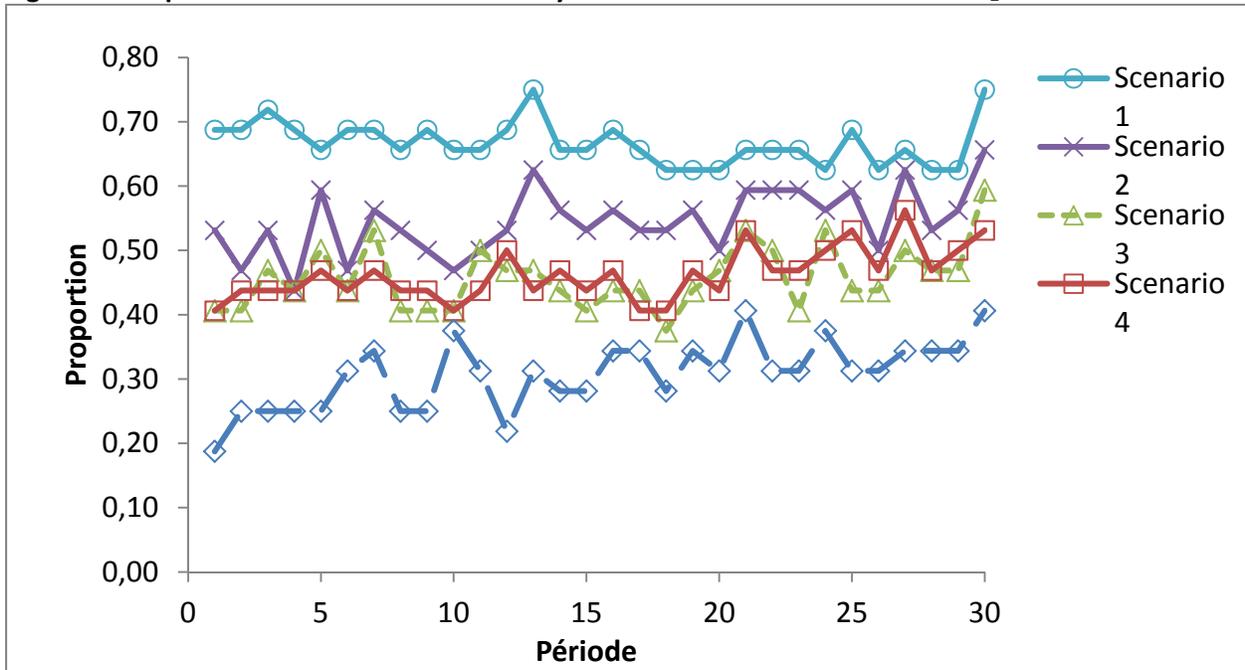


Figure 9 : Proportion des mises sur le bien 2 ayant un écart inférieur à 2 Écus de V_2 BDM Combiné



Les résultats indiquent (Figure 7) une révélation de la valeur totale chez les participants nettement inférieurs aux prédictions théoriques. De plus, contrairement à la prédiction théorique, des différences marquées entre les différents scénarios sont observées.

Par contre, nous notons que la proportion des mises près de la valeur totale augmente avec l'expérience, mais cet apprentissage semble lent. Ceci s'explique du fait que le choix d'une stratégie non optimale résulte rarement en une conséquence négative. Par exemple, sur une valeur totale moyenne de 100 Écus, selon les distributions précédemment discutées, un participant qui mise sa valeur gagne le lot 50 % du temps et réalise un profit moyen de 25 Écus. Un joueur qui miserait de façon sous optimale 90 Écus, soit 10 % en dessous de sa valeur, gagnera en moyenne 45 % des enchères et réalisera un profit moyen de 22,5 Écus. Pour mettre les choses en perspective, au cours d'une session de 40 enchères, cet individu n'aurait perdu en moyenne que deux lots relativement à l'utilisation de la stratégie optimale. Apprendre au fil d'une session requiert de percevoir qu'une stratégie plus payante existe. En général, et notamment dans notre expérience, le BDM donne peu d'opportunités d'apprentissage, résultant en une lente convergence des stratégies vers l'optimal et la révélation de la valeur.

L'observation des Figures 8 et 9 nous permet également de noter que le comportement pour les mises par essence diffère grandement par essence et par scénario. Par exemple, pour le scénario 5 (où un acheteur a 50 % de chance d'obtenir un lot n'ayant aucune quantité de l'essence 2), nous observons une baisse substantielle de la proportion des mises égales ou près de la valeur, notamment pour l'essence 2, mais également pour l'essence 1. Bien que l'apprentissage semble plus rapide dans ce scénario pour l'essence 2, les mises des dernières périodes demeurent néanmoins loin de la cible théorique. Il semble qu'en concentrant l'incertitude sur le bien 2, le protocole expérimental a induit un comportement non optimal plus important pour l'essence 2 que pour l'essence 1.

3.4.2.2 Efficacité, revenus et autres indicateurs de performance

Le Tableau 7 présente des indicateurs de performance du BDM-combiné en sessions expérimentales pour les 5 scénarios.

Tableau 7 : Performance expérimentale moyenne du mécanisme BDM-Composé, par scénario, 10 dernières périodes

	Scénario 1 P=1	Scénario 2 P=0,95; $\beta=0,95$	Scénario 3 P=0,5; $\beta=0,95$	Scénario 4 P=0,95; $\beta=0$	Scénario 5 P=0,5; $\beta=0$
Surplus disponible	102,969	102,969	102,969	102,969	102,969
Surplus capturé	66,038	66,255	64,192	59,606	44,569
Index d'efficacité	0,544	0,546	0,528	0,500	0,381
Surplus de l'acheteur	22,184	22,463	22,381	21,022	18,563
Revenu	43,853	43,792	41,811	38,584	38,246
Index du Revenu	0,370	0,370	0,352	0,333	0,341
% Lot entier	0,544	0,516	0,263	0,484	0,225
% Lot β	0,000	0,031	0,272	0,028	0,266
% lot non vendu	0,456	0,453	0,466	0,488	0,509
Obs.	320	320	320	320	320

Deux effets opposés, mais avec des conséquences asymétriques résultent des mises qui ne sont pas égales à la valeur des lots. D'une part, les mises plus élevées que la valeur permettent l'allocation de lots qui excèdent la valeur des acheteurs, la probabilité de faire transaction est aussi augmentée. D'autre part, les mises en dessous de la valeur réduisent la probabilité de faire transaction et donc le nombre de lots alloués. L'effet net est une hausse du calcul d'efficacité, laquelle est définie comme étant le pourcentage capturé du surplus disponible. Cette hausse n'est toutefois pas en lien avec l'efficacité allocative. Ce phénomène a aussi comme conséquence d'augmenter les revenus générés par les enchères.

Une comparaison des résultats expérimentaux avec les simulations conduites précédemment révèle que les niveaux d'efficacité expérimentaux sont statistiquement inférieurs, mais que les revenus ne sont pas statistiquement différents sauf pour le Scénario 5. Dans ce dernier cas, les revenus expérimentaux sont inférieurs de façon significative.

En principe, comme une lente progression des mises vers la révélation de la valeur est observée, il est possible d'envisager que l'efficacité et les revenus pourraient éventuellement atteindre les niveaux de référence établis par simulations numériques.

En résumé

- ✓ L'économie expérimentale est utilisée pour tester le BDM-composé. Les résultats expérimentaux indiquent que les mises totales (v_{12}) sont inférieures aux prédictions théoriques. Par contre, nous notons que la proportion des mises près de la valeur totale augmente avec l'expérience, mais cet apprentissage semble lent;
- ✓ Le lent apprentissage s'explique du fait que le choix d'une stratégie non optimale résulte rarement en une conséquence négative. Or, apprendre au fil d'une session requiert de percevoir qu'une stratégie plus payante existe;
- ✓ Les comparaisons de différentes combinaisons de β et P , indiquent que le comportement pour les mises par essence diffère grandement par essence et par scénario. Nous observons en général une baisse substantielle de la proportion des mises égale ou près de la valeur pour l'essence 2 (celle auquel le β est associé), et dans une moindre mesure pour l'essence 1. Il semble qu'en concentrant l'incertitude sur le bien 2, le protocole expérimental a induit un comportement non optimal plus important pour l'essence 2 que pour l'essence 1.

4. Généralisations du BDM pour l'offre de deux (ou plusieurs) lots simultanés lorsque les valeurs sont sous-additives

Rappelons d'abord la nature du problème. Un acheteur potentiel se voit offrir deux lots ne contenant qu'une seule essence chacun qu'il valorise individuellement à v_1 et v_2 (notons que cette situation peut être généralisée à d'autres cas, par exemple deux lots ayant un mixte d'essences similaires). Par contre, s'il gagne les deux lots, un certain niveau de substituabilité peut faire en sorte que la valeur dont il tire des lots est $v_{12} < v_1 + v_2$.¹¹

4.1 Défaillances associées à la conduite de BDM standard pour plus d'un lot

4.1.1 Mises optimales d'un acheteur – deux lots offerts simultanément

Dans le cas où une substituabilité existe, il est possible de démontrer que les mises optimales de l'acheteur qui se voit offrir des lots dans le cadre d'un BDMs standard résulteront en des mises inférieures aux valeurs sous-jacentes.

Par exemple, supposons que les paramètres de base concernant les valeurs et les prix de réserves sont tirés aléatoirement des mêmes distributions qu'auparavant. De plus, supposons le cas extrême où l'acheteur gagne les deux lots doit évidemment payer les deux prix (de réserve) tirés aléatoirement, mais ce dernier ne retire que les revenus de la plus haute des deux valeurs. Ceci représente donc la situation extrême où le miseur ne veut qu'un seul lot, mais des deux lots offerts, il préfère celui qui a la plus haute valeur. C'est donc dire que $v_{12} = \arg \max [v_1, v_2]$. Par contre, et uniquement pour simplifier la notation, nous assignons toujours la plus haute des deux valeurs tirées aléatoirement au lot 1 (v_1) et la

¹¹ Dans le cas où $v_{12} = v_1 + v_2$, l'application de deux BDMs indépendants mènerait à la révélation de la valeur. Par ailleurs, le problème peut être généralisé à plus de deux lots, et dans le cas de sous-additivité, la défaillance du BDM standard pourrait être encore plus grave.

plus basse au lot 2 (v_2).¹² Ainsi, dans la notation qui suit, $v_{12} = v_1$. Il est ainsi possible de démontrer que les mises optimales sont données par les formules suivantes lorsque les prix aléatoires sont distribués uniformément entre $[r_l, r_h]$:

$$m_1 = \frac{(r_h - r_l)^2 v_1 + (r_h - r_l) r_l v_2 - r_h v_2^2}{(r_h - r_l)^2 - v_2^2}$$

$$m_2 = \frac{(r_h^2 - r_h(r_l + v_1) + r_l(v_1 - v_2))v_2}{(r_h - r_l)^2 - v_2^2}$$
(3)

Pour les bornes de tirage des prix aléatoires $(r_l, r_h) = (0, 100)$, puisque nous avons une distribution uniforme, nous pouvons donc assigner la valeur de 0 à r_l et la valeur de 100 à r_h pour obtenir les équations simplifiées suivantes :

$$m_1 = \frac{10000v_1 - 100v_2^2}{10000 - v_2^2}$$

$$m_2 = \frac{(10000 - 100v_1)v_2}{10000 - v_2^2}$$
(4)

Une fois l'équation (4) obtenue, nous pouvons simuler le comportement d'un acheteur en situation sous additive qui miserait simultanément sur les deux lots. Ainsi, avec les valeurs moyennes $v_1 = v_2 = 50$ Écus, il serait optimal pour un acheteur de miser 33,33 Écus sur chacun des deux lots. Ceci illustre clairement qu'offrir deux lots simultanément à un acheteur qui n'en désire qu'un détruit les incitatifs de révélation de la valeur. De façon similaire, un acheteur avec $v_1 = 70$ Écus et $v_2 = 50$ Écus miserait quant à lui 60 et 20 Écus, respectivement. Le Tableau 8 présente les mises optimales pour différentes combinaisons de valeurs.

¹² Cette astuce n'affecte en rien les résultats mais simplifie la présentation. Deux valeurs sont tirées au hasard. Et nous désignons la plus haute par v_1 et la plus basse par v_2 puisque gagner le deuxième lot ne confère pas de valeur additionnelle, $v_{12} = v_1$.

Tableau 8 : Mises optimales pour deux BDM simultanés avec valorisation sous-additive

		Valeur 2								
		10	20	30	40	50	60	70	80	90
10	Mise 1	9,09								
	Mise 2	9,09								
20	Mise 1	19,19	16,67							
	Mise 2	8,08	16,67							
Valeur 1	30	Mise 1	29,29	27,08	23,08					
		Mise 2	7,07	14,58	23,08					
40	Mise 1	39,39	37,50	34,07	28,57					
	Mise 2	6,06	12,50	19,78	28,57					
50	Mise 1	49,49	47,92	45,05	40,48	33,33				
	Mise 2	5,05	10,42	16,48	23,81	33,33				
60	Mise 1	59,60	58,33	56,04	52,38	46,67	37,50			
	Mise 2	4,04	8,33	13,19	19,05	26,67	37,50			
70	Mise 1	69,70	68,75	67,03	64,29	60,00	53,13	41,18		
	Mise 2	3,03	6,25	9,89	14,29	20,00	28,13	41,18		
80	Mise 1	79,80	79,17	78,02	76,19	73,33	68,75	60,78	44,44	
	Mise 2	2,02	4,17	6,59	9,52	13,33	18,75	27,45	44,44	
90	Mise 1	89,90	89,58	89,01	88,10	86,67	84,38	80,39	72,22	47,37
	Mise 2	1,01	2,08	3,30	4,76	6,67	9,38	13,73	22,22	47,37

La lecture du Tableau 8 nous permet de constater qu'en général, l'augmentation de la valeur d'un lot cause une augmentation de la mise sur ce lot, mais résulte en une diminution de la mise sur l'autre lot. En fait, il n'y a que dans le cas où un acheteur aurait une valeur de zéro sur le lot le moins désirable qu'une révélation de la valeur serait observée. Ces relations ne sont pas linéaires, et dépendent de la valeur des différents lots, du niveau de sous-additivité ou de substitution des lots, et des distributions statistiques des prix aléatoires choisies par le vendeur. Les variations peuvent parfois être très importantes. Par exemple, lorsque le lot 1 a une valeur de 90 Écus et que la valeur du lot 2 est de 10 Écus, la mise pour le lot 1 est de 89,9, soit pratiquement la révélation de la valeur du lot. Par contre, lorsque la valeur du lot 2 passe à 90 écus, l'acheteur mise alors une valeur de 47,37 Écus, soit 53 % de sa valeur (Tableau 8).

Notons qu'il s'agit ici de mises optimales théoriques qui sont sensibles aux choix des distributions d'où sont tirés les valeurs (des acheteurs) et les prix (de réserve) utilisés. Elles sont donc présentées à titre indicatif seulement. Par ailleurs, et même si l'illustration ci-haut utilise une sous-additivité extrême (le deuxième lot ne conférant aucune valeur additionnelle, le résultat central de perte d'incitatif à la révélation de la valeur est généralisable à toutes situations où il y a sous-additivité partielle. De plus, l'offre d'un plus grand nombre de lots ne ferait qu'éloigner les incitatifs des acheteurs à révéler leurs

valeurs. Le principe sous-jacent est simplement que puisqu'ils ne désirent pas complètement les lots additionnels, ils tirent avantage de l'offre simultanée de plusieurs lots en soumettant des mises inférieures à leur valeur, sachant que, statistiquement, certains des prix aléatoires seront relativement bas. Il devient donc possible d'abaisser les mises, ce qui réduit la probabilité de gagner un lot en particulier, mais augmente les profits attendus à cause des multiples tirages de prix aléatoires.

Nous pouvons donc conclure qu'il semble difficile de construire un modèle permettant d'estimer les valeurs marchandes des lots forestiers (révélation de la valeur) si les ventes étaient effectuées par BDMs simultanés, dans le cas d'un acheteur unique. Il faut en conclure que l'offre simultanée de plus d'un lot à un seul acheteur avec valorisation sous-additive détruit la capacité du BDM à induire une révélation de la valeur. Ceci à des répercussions immédiates sur les niveaux de revenus et l'efficacité des enchères. Nous illustrons les pertes qui en découlent par l'entremise de simulations numériques.

4.1.2 Performance de deux BDM standard simultanés

Le calcul numérique des pertes de performance découlant de la conduite de deux BDM simultanés sous l'hypothèse que les soumissionnaires mises de façon individuellement optimale permettent (équation 4) d'établir une base de comparaison pour les solutions proposées en aval.

Comme précédemment, les résultats de simulations numériques proviennent de 400 simulations de 1 000 enchères chacune. Pour chacune des simulations, les 1 000 enchères de deux lots génèrent des statistiques moyennes qui sont ensuite utilisées pour calculer une variété de statistiques basées sur la distribution obtenue des 400 répétitions. Dans ce cas-ci, deux lots distincts sont offerts simultanément. La plus haute valeur est assignée à v_1 , alors que la valeur restante est assignée à v_2 . Puisque les valeurs sont sous-additives avec $v_{12} = v_1$, gagner les deux lots impose une perte d'efficacité, mais augmente les revenus. Le sommaire des résultats est présenté au Tableau 9.

Tableau 9 : Résultats de simulations numériques pour le cas de deux enchères simultanés

	Moyenne	É.-T.	Min	10 %	25 %	50 %	75 %	90 %	Max
Surplus disponible	66,819	0,782	64,368	65,711	66,384	66,864	67,299	67,720	69,418
Surplus Total	48,663	1,200	44,890	47,035	47,930	48,657	49,431	50,169	52,004
m_1/v_1	0,920	0,003	0,913	0,917	0,918	0,920	0,922	0,923	0,929
m_2/v_2	0,373	0,008	0,350	0,364	0,368	0,374	0,378	0,382	0,396
Index d'Efficacité	0,728	0,013	0,672	0,712	0,720	0,727	0,737	0,745	0,772
Surplus de l'Acheteur	26,015	0,839	23,912	24,975	25,377	25,998	26,555	27,150	28,422
Revenu	22,647	0,784	20,535	21,621	22,086	22,648	23,124	23,662	24,965
Index du Revenu	0,227	0,007	0,205	0,217	0,222	0,226	0,231	0,236	0,251
% 2 lots vendus	0,062	0,008	0,039	0,051	0,057	0,062	0,067	0,073	0,083
% Lot 1 vendu seul	0,552	0,015	0,506	0,531	0,542	0,551	0,562	0,571	0,591
% Lot 2 vendu seul	0,054	0,007	0,035	0,044	0,049	0,054	0,058	0,064	0,075
% Aucun lot vendu	0,333	0,0143	0,291	0,315	0,323	0,332	0,343	0,350	0,377

Les résultats et index présentés ici diffèrent de ceux présentés auparavant en raison de la sous-additivité des lots. Les définitions suivantes s'appliquent :

$$\text{Surplus disponible} = v_1$$

$$\text{Surplus total} = s_1 v_1 + s_2 v_2 - s_1 s_2 v_2$$

$$\text{Index d'efficacité} = \text{surplus total} / \text{surplus disponible}$$

$$\text{Surplus de l'acheteur} = s_1 (v_1 - r_1) + s_2 (v_2 - r_2) - s_1 s_2 v_2$$

$$\text{Revenu} = s_1 r_1 + s_2 r_2$$

$$\text{Index du revenu} = (s_1 r_1 + s_2 r_2) / (v_1 + v_2)$$

Puisque l'on assigne toujours à v_1 la valeur maximale des deux tirages et que gagner les deux lots résulte en l'utilisation du lot 1 uniquement, l'allocation optimale est obtenue en n'allouant que le lot 1. Le surplus maximal est calculé en sommant les valeurs des lots alloués (s_1 et s_2 sont des variables indicatrices qui prennent la valeur 1 lorsqu'un lot est vendu et 0 autrement), mais en soustrayant la valeur du lot 2 lorsque les deux lots sont vendus. L'index d'efficacité indique la proportion du surplus disponible qui a été captée par l'enchère. Le surplus de l'acheteur correspond à son profit. Il obtient la différence entre sa valeur et le prix à payer pour les deux lots indépendamment, mais lorsqu'il obtient les deux lots, il n'obtient pas la valeur v_2 (mais paye néanmoins r_2). Finalement, l'index du revenu représente la proportion du revenu maximum possible (si tous les lots étaient toujours vendus ($v_1 + v_2$)), qui est obtenu par le vendeur ($s_1 r_1 + s_2 r_2$).

Le Tableau 9 indique somme toute un niveau d'efficacité assez élevé de 72,8 %. L'acheteur favorise nettement le lot 1 dans ses mises, et ce, afin d'éviter de gagner les deux lots. Ce comportement résulte en la vente du lot 1 (seul ou en paire) en 61,4 % des occasions. En contrepartie, le lot 2 n'est vendu que dans 11,6 % des enchères. Les revenus moyens de 22,65 Écus par enchère représentent approximativement 23 % du revenu maximum disponible lorsque la vente des deux lots est prise en considération à chaque enchère. Par contre, si l'on ne considère que la valeur totale nette des lots vendus, le surplus total est alors en moyenne de 48,67 Écus. Les revenus du vendeur atteignent alors près de 47 % de la valeur de l'allocation. En contrepartie, la marge de profit de l'acheteur s'élève, elle, à 114 % du prix payé (profit de 26,02 Écus sur un coût d'achat de 22,65 Écus).

4.2 Le α -BDM, une innovation du BDM pour l'offre simultanée de deux lots

Du point de vue de l'efficacité ou même du revenu, la performance des BDM simultanées n'est pas mauvaise. Toutefois, dans un contexte où l'obtention de la valeur des acheteurs est importante, nous pouvons conclure qu'à ce chapitre la performance du BDM simultané est déplorable, notamment pour le lot ayant la plus faible valeur.

Bien entendu, cette problématique peut être éliminée en ne mettant aux enchères qu'un lot (ou autre entité à laquelle cette logique est appliquée) à la fois. Avec l'opportunité de ne miser que sur un lot, le BDM retrouve ses incitatifs normaux menant à la révélation de la valeur. Si cette approche n'est pas

pratique ou impossible dans le cadre réglementaire actuel, nous suggérons et analysons ici une méthode alternative permettant d'obtenir des mises qui révèlent la valeur de lots offerts de façon simultanée.

La procédure est la suivante. Deux lots sont offerts à l'acheteur qui à l'opportunité de faire deux mises séparées. L'aspect critique du mécanisme est qu'en réalité une seule enchère BDM sera conduite pour un des deux lots. La façon de déterminer laquelle des deux enchères (ou lequel des deux lots) sera sélectionnée peut être aléatoire ou reposer sur d'autres critères, selon les objectifs et l'environnement de l'enchère (acheteur unique, etc.). Par contre, il est nécessaire que le processus de sélection maintienne l'incertitude de l'acheteur quant à ce choix.

Le fait que seulement une des deux enchères BDM sera conduite élimine les pertes (sous-additivité) potentielles auxquelles était précédemment exposé l'acheteur lorsque ce dernier pouvait faire transaction sur les deux lots. Ne sachant pas au préalable quel lot sera vendu et étant assuré de ne pas faire transaction sur les deux lots qui ont une valeur sous additive pour lui, ce mécanisme assure que les deux mises de l'acheteur sont indépendantes. Du fait, les incitatifs nécessaires à la révélation de la valeur sont rétablis.

Pour que les qualités théoriques de ce mécanisme soient maintenues, deux conditions doivent être respectées : 1- L'acheteur doit percevoir qu'une probabilité existe qu'il n'obtiendra pas le lot 1 (celui ayant la plus forte valorisation selon notre nomenclature). 2- Les prix aléatoires (prix de réserve) des deux enchères (lot 1 et lot 2) doivent provenir de la même distribution. Si ce n'était pas le cas, ceci ouvrirait la porte à des mises stratégiques de la part de l'acheteur, et ce, afin de maximiser son espérance de profits.

Par exemple, si un acheteur a des valeurs $v_1 = 55$ et $v_2 = 50$ et que les règles de l'enchère sont :

- 1) les deux enchères ont la même probabilité d'être choisies ($\alpha=0,5$);
- 2) le prix aléatoire de réserve pour le lot le plus valorisé est $[0,100]$ et $[0,50]$ pour l'autre;

Le gain espéré est $0,5(55/100)(55-27,5)+0,5(50/50)(50-25)=20,06$ Écus.

Par contre, en inversant le rang de ses mises, c'est-à-dire en indiquant une valorisation plus importante pour le lot qu'il valorise en fait le moins, l'acheteur peut augmenter son profit anticipé.

Ainsi, l'acheteur de miser $m_1 = 49,99$ et $m_2 = 50$.

Le gain espéré devient $0,5(50/100)(50-25)+0,5(49,99/50)(55-24,995)=21,25$ Écus.

Ces mises ne révèlent donc plus les valeurs. Puisqu'il est dans l'intérêt de l'acheteur d'inverser les rangs sans jamais faire de mises qui excèdent les valeurs intrinsèques, au moins une des mises sous-estimera la valeur du lot correspondant. Afin de ne pas créer ce type d'incitatif aux mises stratégiques, les prix de réserves des deux enchères doivent donc provenir de la même distribution.

En principe, ce mécanisme devrait être généralisable à la situation où l'acheteur est intéressé à N lots parmi un total de M lots offerts. Par contre, selon nos travaux préliminaires, une telle généralisation demanderait une multiplication rapide des conditions nécessaires au maintien des incitatifs de

révélation de la valeur. Pour cette raison, nous concentrons notre analyse sur la performance du mécanisme d'un acheteur avec un intérêt pour un de deux lots offerts.

4.3 Performance numérique du α -BDM

Puisque nous avons déjà établi que ce mécanisme incite à la révélation de la valeur lorsque les conditions précédemment indiquées sont respectées, nous nous concentrons sur la performance du mécanisme α -BDM, notamment au chapitre de l'efficacité de l'allocation et des revenus.

Les simulations présentées ont été réalisées de la même façon que celles précédemment discutées (400 groupes de 1000 enchères de deux lots). Les paramètres clés sont les suivants :

- Deux tirages aléatoires indépendants t_1 et t_2 sont effectués depuis une distribution uniforme entre 0 et 100;
- Sans perte de généralité, $v_1 = \text{Max}[t_1, t_2]$, $v_2 = \text{Min}[t_1, t_2]$
- Les prix aléatoires r_1 et r_2 sont également des variables aléatoires indépendantes provenant de la distribution uniforme entre 0 et 100 : $r_1 \sim U[0,100]$, $r_2 \sim U[0,100]$
- La probabilité α sera systématiquement variée entre 0,05 et 1 par intervalle de 0,05.

Les résultats pour le cas où $\alpha=1$ sont d'abord simulés sous l'hypothèse que $m_1 = v_1$ et $m_2 = v_2$, et ce, comme base de comparaison (Tableau 10). Cette simulation peut être considérée comme le résultat limite où α est arbitrairement près de 1. Rappelons que $\alpha=1$ est l'équivalent de mettre aux enchères un seul lot. Une façon alternative d'interpréter ces résultats est de les voir comme le résultat d'un seul BDM où le BMMB sait à l'avance lequel de deux lots est le plus valable pour l'acheteur. Notons qu'avec le α -BDM, il n'est pas nécessaire de détenir cette information au préalable puisque les mises la révèlent.

Tableau 10 : Résultats de simulations numériques $\alpha=1$ pour α -BDM

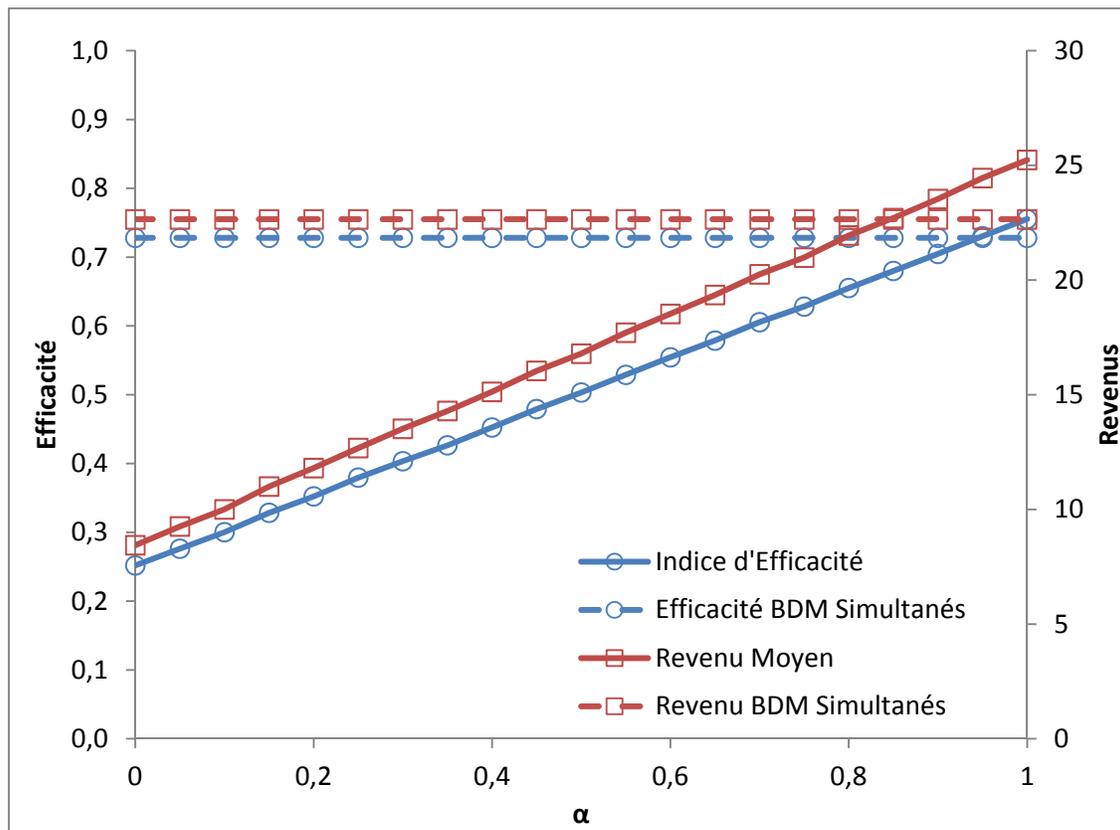
	Moyenne	É.-T.	Min	10 %	25 %	50 %	75 %	90 %	Max
Surplus disponible	66,793	0,750	64,616	65,835	66,293	66,778	67,308	67,762	68,721
Surplus total	50,453	1,256	46,529	48,807	49,627	50,477	51,279	52,016	53,466
Index d'efficacité	0,755	0,014	0,715	0,736	0,747	0,756	0,765	0,773	0,792
Surplus de l'acheteur	25,217	0,856	23,005	24,048	24,601	25,222	25,787	26,259	27,967
Revenu	25,236	0,875	22,273	24,137	24,679	25,223	25,834	26,319	27,568
Index du revenu	0,378	0,011	0,340	0,363	0,371	0,378	0,385	0,392	0,410
% Lot 1 vendu seul	0,671	0,016	0,620	0,652	0,661	0,671	0,682	0,691	0,718
% Lot 2 vendu seul	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
% Aucun lot vendu	0,329	0,016	0,282	0,309	0,318	0,329	0,339	0,348	0,380

On note que dans ce cas limite, il n'y a pas de coûts à encourir pour obtenir l'information sur les deux valeurs. En effet, le mécanisme démontre une efficacité de 75,5 %, ce qui est significativement supérieur à la vente simultanée de deux lots (efficacité de 72,8 %). De même, le revenu de moyen de 25,23 Écus est aussi supérieur au revenu moyen d'enchères simultanées.

La principale problématique de mettre en place un tel mécanisme est que la probabilité α ne peut être égale à un, aux fins d'incitatif (si elle était égale à un, il serait préférable de simplement mettre aux enchères un seul lot à la fois. Or, nous étudions une alternative à cette option. Il est donc nécessaire de choisir une probabilité inférieure à l'unité. Par contre, abaisser la probabilité d'allouer le lot le plus valorisé en faveur de l'autre a un effet négatif sur l'efficacité et les revenus.

La Figure 10 compare les résultats de deux enchères simultanées avec ceux de α -BDM pour différentes valeurs de α . Les revenus de l' α -BDM demeurent plus élevés que les revenus avec les deux enchères simultanées en autant que la probabilité $\alpha > 0,8$. Pour maintenir l'efficacité à un niveau comparable aux enchères simultanées, il faut cependant utiliser une probabilité α qui excède 0,95. Ces résultats indiquent donc qu'il est possible d'introduire un mécanisme qui incite des mises égales à la valeur, et qui résulte à la fois en une augmentation de l'efficacité économique et des revenus.

Figure 10 : Comparaisons entre les mécanismes α -BDM et deux BDM simultanés pour les variables efficacité et revenus



En résumé

- ✓ Une autre problématique potentielle étudiée est l'offre de lots simultanés. Ainsi, un acheteur potentiel se voit offrir deux lots ne contenant qu'une seule essence chacun qu'il valorise

individuellement à v_1 et v_2 . Par contre, s'il gagne les deux lots, un certain niveau de substituabilité peut faire en sorte que la valeur dont il tire des lots est $v_{12} < v_1 + v_2$;

- ✓ Suivant un développement théorique, nous démontrons que dans pareil cas, il n'est pas optimal pour un acheteur de révéler sa valeur. Nous concluons donc que l'offre simultanée de plus d'un lot à un seul acheteur avec valorisation sous-additive détruit la capacité du BDM à induire une révélation de la valeur. Des simulations numériques indiquent toutefois que du point de vue de l'efficacité ou même du revenu, la performance des BDM simultanées en pareille circonstance n'est pas mauvaise;
- ✓ Afin de favoriser la révélation des valeurs en situation d'offres simultanées de deux lots, nous développons le mécanisme α -BDM;
- ✓ Dans le α -BDM, deux lots sont offerts à l'acheteur qui a l'opportunité de faire deux mises séparées. Or, en réalité une seule enchère BDM sera conduite pour un des deux lots. La façon de déterminer lequel des deux lots sera sélectionné peut être aléatoire ou reposer sur d'autres critères. Le fait que seulement une des deux enchères BDM sera conduite élimine les pertes (sous-additivité) potentielles auxquelles était précédemment exposé l'acheteur lorsque ce dernier pouvait faire transaction sur les deux lots. Ne sachant pas au préalable quel lot sera vendu et étant assuré de ne pas faire transaction sur les deux lots qui ont une valeur sous additive pour lui, ce mécanisme assure que les deux mises de l'acheteur sont indépendantes. Du fait, les incitatifs nécessaires à la révélation de la valeur sont rétablis;
- ✓ Pour que les qualités théoriques du α -BDM soient maintenues, deux conditions doivent être respectées : 1- L'acheteur doit percevoir qu'une probabilité existe qu'il n'obtiendra pas le lot 1 (celui ayant la plus forte valorisation selon notre nomenclature). 2- Les prix aléatoires (prix de réserve) des deux enchères (lot 1 et lot 2) doivent provenir de la même distribution. Si ce n'était pas le cas, ceci ouvrirait la porte à des mises stratégiques de la part de l'acheteur, et ce, afin de maximiser son espérance de profits;
- ✓ Des simulations numériques avec différents niveaux de α (probabilité que seul le lot le plus valorisé soit obtenu) démontrent que dans le cas où α tend vers 1, l'obtention de la révélation de la valeur entraîne peu de perte d'efficacité et de baisse des revenus.
- ✓ Les simulations numériques indiquent que les revenus de l' α -BDM demeurent plus élevés que les revenus de BDM standard avec lots simultanés lorsque la probabilité $\alpha > 0,8$. Au chapitre de l'efficacité, il faut cependant utiliser une probabilité α qui excède 0,95. Ces résultats indiquent donc qu'il est possible d'introduire un mécanisme qui incite la révélation de la valeur en situation d'enchères avec lots simultanés, et qui résulte à la fois en une augmentation de l'efficacité économique et des revenus.

5. Discussion et conclusion

Le mécanisme de Becker DeGroot et Marschak est le seul mode d'enchère connu permettant de vendre à un seul acheteur et d'obtenir des mises qui reflète la valeur du bien pour celui-ci. Par contre, la problématique de la vente de lots simultanés ou de lots comprenant plus d'un bien dans un contexte de BDM n'a jamais été abordée auparavant. L'étude de cette famille de mécanisme a donc nécessité des développements théoriques novateurs. Le principe de base découvert au cours de cette étude est que le mécanisme doit forcer l'acheteur à ne pas miser sur la base de valeurs totales entre deux lots ou essences. Comme la mise d'un soumissionnaire ne sert qu'à déterminer s'il gagnera l'enchère (et le prix maximum qu'il est prêt à payer) et non pas le prix à payer réellement par lot ou essence, la division de la mise totale (ou moyenne) désirée entre les deux lots ou biens est sans conséquence dans un BDM normal. La modification du mécanisme de base par l'introduction d'une probabilité ne de pas obtenir l'ensemble des lots ou essences élimine (en théorie) la stratégie de mise sur la base d'une valeur totale et incite donc une révélation de la valeur par lot ou essence.

C'est ce principe qui a été appliqué à deux cas d'espèce. D'abord le cas d'une vente par enchère à un seul acheteur d'un seul lot contenant deux essences (pouvant être généralisé à plus de deux essences) valorisées à v_1 et v_2 respectivement. Puis dans le cas d'une offre simultanée à un seul acheteur de deux lots distinct lorsqu'il anticipe que l'acheteur potentiel attache une valeur sous-additive à l'obtention des deux lots.

Le mécanisme développé dans les deux cas est cependant relativement complexe. Comme la théorie est nouvelle et que la performance des mécanismes quant aux revenus et à l'efficacité économique n'étaient pas connus, nous avons effectué des simulations numériques afin d'établir un barème de comparaison. Ce barème, ainsi que les résultats expérimentaux sont grandement dépendants des choix faits quant aux distributions desquelles les valeurs et les prix de réserve sont tirés aléatoirement. Les distributions utilisées dans cette étude ne sont pas représentatives de celles qui pourraient être utilisées dans le contexte forestier québécois. En ce sens, les résultats présentés dans ce rapport doivent être interprétés d'un point de vue de comparaisons relatives et à titre indicatif.

Il est important de noter par ailleurs que comme le vendeur peut choisir la distribution d'où proviennent les prix aléatoires, il est possible de sélectionner des distributions qui favorisent une plus grande efficacité. Pour ce faire, il suffit de choisir une distribution de prix aléatoires qui favorise en moyenne des prix de réserve bas relatifs aux valeurs, et donc qui résulte en une augmentation de la proportion des lots attribués. Par contre, il est important de retenir que pour assurer la révélation de la valeur des acheteurs, il est nécessaire que les prix de réserve aléatoires aient une probabilité perceptible d'atteindre la valeur de l'acheteur. Sans cette propriété, le mécanisme perd ses incitatifs.

Rappelons également qu'un choix de distribution favorisant une plus grande efficacité (favoriser des prix de réserve bas relatifs aux valeurs) réduira de façon significative les revenus. Il y a donc deux arbitrages, l'importance entre l'efficacité économique (attribution de lots) et les revenus. Cet arbitrage est spécifique aux mécanismes développés. Le deuxième arbitrage, qui est généralisé au mécanisme de BDM, est entre l'importance d'obtenir la valeur de l'acheteur (révélation de la valeur) pour les équations de transposition et le revenu (l'acheteur paie moins que sa valeur). Dans ce dernier cas, rappelons que nous obtenons la valeur maximale, laquelle n'est pas déclarée, par exemple, dans une enchère de premier prix.

Références

- Bajari, P. et A. Hortacsu (2003). « Winner's Curse, Reserve Prices and Endogenous Entry: Empirical Insights from eBay Auctions, » *Rand Journal of Economics*, Vol. 34, 329-355
- Becker, G., DeGroot, M., Marschak, J. (1964). « Measuring utility by a single response sequential method, » *Behavioral Science*, Vol. 9, 226-236.
- Berry, J., Fischer, G., & Guiteras, R. (2011). Incentive Compatibility in the Field: A Test of the Becker-DeGroot-Marschak Mechanism. Working paper, North Carolina State University.
- Berry, J., Fischer, G., & Guiteras, R. (2012). Eliciting and utilizing willingness to pay: evidence from field trials in Northern Ghana. Unpublished manuscript. London School of Economics.
- Bohm, P., J. Linden and J. Sonnegard (1997). « Eliciting Reservation Prices: Becker-DeGroot-Marschak Mechanisms vs Markets, » *The Economic Journal*, Vol. 107, 1079-1089.
- Elyakime, Bernard, Jean Jacques Laffont, Patrice Loisel and Quang Vuong (1994). « First-Price Sealed-Bid Auctions with Secret Reservation Prices, » *Annals of Economics and Statistics*, Vol. 34, 115-141.
- Fischbacher, U. (2007). z-Tree: Zurich toolbox for ready-made economic experiments. *Experimental economics*, 10(2), 171-178.
- Ji L et Li T (2008). Multi-round procurement auctions with secret reserve prices: theory and evidence. *Journal of Applied Econometrics* 23(7): 897–923, *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 23, 897–923.
- Kaas, K. P. et H. Ruprecht (2006). « Are the Vickrey Auction and the BDM really incentive compatible? Empirical Results and Optimal Bidding Strategies in case of Uncertain Willingness to Pay, » *Schmalenbach Business Review*, Vol. 58, 37-58.
- Kagel, J. H., Harstad, R. M., & Levin, D. (1987). Information impact and allocation rules in auctions with affiliated private values: A laboratory study. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1275-1304.
- Kagel, J. H., & Levin, D. (1993). Independent private value auctions: Bidder behaviour in first-, second- and third-price auctions with varying numbers of bidders. *The Economic Journal*, 868-879.
- Laffont, J et E. Maskin (1980). « Optimal Reserve Price, » *Economic Letters*, Vol. 6, 309-313.
- Li, Tong and Isabelle Perrigne (2003), « Timber Sale Auctions with Random Reserve Prices, » *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 85(1), 189–200.
- Moldovanu, B., & Tietzel, M. (1998). Goethe's second-price auction. *Journal of Political Economy*, 106(4), 854-859.
- Noussair, C., S. Robin et B. Ruffieux (2004). "Revealing Consumers' Willingness-to-Pay: A Comparison of the BDM Mechanism and the Vickrey Auction," *Journal of Economic Psychology*, Vol. 25, 725-741.
- Rondeau, D. M. Doyon, et P. Courty. 2014. Évaluation expérimentale d'enchère à prix aléatoires appliquée aux droits d'exploitation de la forêt québécoise. Rapport I : Comparaison d'enchères multiples de premier et de deuxième prix. CIRANO.

Rustrom, Elisabet E. (1998), "Home Grown Values and Incentive Compatible Auction Design," *International Journal of Game Theory*, 27 (October), 427–41.

Shogren, J., Shin, S., Hayes, D., Kliebenstein, J. (1994). "Resolving differences in willingness to pay and willingness to accept," *American Economics Review*, Vol. 84. 255–270.

Shogren, Jason, Michael Margolis, Cannon Koo, and John A. List (2001). "A random nth-price auction," *Journal of Economic Behavior & Organization*, Vol. 46, 409–421.

Vickrey, William (1961). "Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders," *Journal of Finance*, Vol. 16, 8–37.



1130, rue Sherbrooke Ouest, bureau 1400, Montréal (Québec) H3A 2M8

Tél. : 514-985-4000 • Téléc. : 514-985-4039

www.cirano.qc.ca • info@cirano.qc.ca