Taux de reproduction (R0) et immunité de groupe : une explication simple

La modélisation mathématique joue un rôle fondamental dans les stratégies élaborées pour endiguer la propagation de maladies infectieuses. La compréhension des mécanismes fondamentaux de propagation de celles-ci assure la fondation sur laquelle s'élaborent la collecte de données populationelles d'une part, et les prévisions à court, moyen et long temes de l'évolution temporelle de la maladie.

La base conceptuelle de ces modèles repose sur les travaux remontant aux premières décennies du 20è siècle. D'abord sur les très impressionnants travaux de Ross, qui a identifié le mécanisme de propagation de la malaria, pour lequel il a été un des premiers lauréat du Prix Nobel de physiologie et médecine en 1902, et a implicitement introduit le concept d'immunité collective ("herd immunity"). Puis sur les travaux de Kermack et McKendrick, qui ont formalisé l'approche compartimentale (ou mécanistique) qui est à la base de tous les travaux de modélisation dynamique moderne, et même contemporaine. (Ross et McKendrick étaient tous deux médecins de formation, et ont compris le rôle indispensable que jouent les mathématiques dans l'étude de la propagation des maladies).

Dans sa version la plus simple, on divise la population en trois sous-groupes, supposés homogènes, d'individus, les susceptibles (S), les infectieux (I) et les Remis (R), et on se donne des règles de transition d'une classe à l'autre, règles de transition qui prennent la forme d'équations différentielles ordinaires : par exemple, dans une population de grandeur N le système

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta S\frac{I}{N}\\ \frac{dI}{dt} &= \beta S\frac{I}{N} - \gamma I\\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I\end{aligned}$$

indique un taux de transmission proportionnel aux deux populations S et I et un taux de récupération γ chez les infectieux. En posant $R_0 = \beta/\gamma$ on peut écrire $\frac{dI}{dt} = \gamma[R(t) - 1]I(t)$ où $R(t) = \frac{S(t)}{N}R_0$. Dans une population "naïve" pour laquelle S est essentiellement N, on a alors $R(t) = R_0$ de sorte que $\frac{dI}{dt} = \gamma[R_0 - 1]I(t)$. Notons que R_0 est le produit du taux auquel les infectés apparaissent multiplié par la durée moyenne d'infection, qu'on peut aussi interpréter comme le nombre moyen d'infections secondaires causées par un individu infecté. On constate que la population d'infectieux est en croissance si $R_0 > 1$, et en décroissance lorsque $R_0 < 1$.

Ce taux initial de reproduction, R_0, joue donc le rôle du nombre de Reynolds dans les écoulements de fluides : il est adimensionel, et détermine la dynamique de l'épidémie. Celle-ci croît lorsque $R_0 > 1$ mais s'éteint si $R_0 < 1$. Dans ce dernier cas, la disparition s'explique non pas parce que tous les individus susceptibles ont été infectés, mais plutôt parce que les contacts entre les susceptibles et les infectieux sont "assez rares" pour qu'il ne puisse plus y avoir de transmission. C'est cet objectif de réduction que vise la vaccination dans une population susceptible lorsqu'un vaccin est disponible, par exemple pour les maladies infantiles, comme la rougeole, ou les mesures de distanciation sociale (confinement et autres) déployées pour ralentir la COVID-19.

Il y d'ailleurs un lien direct entre la valeur de R_0, qui est d'autant plus grande que la maladie est facilement transmissible, et la couverture vaccinale nécessaire pour atteindre l'immunité collective : cette couverture doit essentiellement atteindre un pourcentage $1 - 1/R_0$ de la population. Ainsi, un R_0 de 2 ou 3 demandera une couverture de 50% ou 60 %, respectivement, alors que si R_0 est plutôt environ 15, comme pour la rougeole, on doit plutôt vacciner plus de 93% de la population. Si un vaccin n'existe pas, on doit procéder autrement ; et puisque la COVID-19 semble particulièrement contagieuse, ces mesures doivent être particulièrement sévères.

Dans les modèles contemporains, on utilise cette même approche mécanistique, mais avec un nombre considérablement augmenté de compartiments. Puisque chacun de ceux-ci doit représenter une population homogène, et que la transition entre les compartiments peut prendre différentes formes, la complexité potentielle des systèmes résultants est essentiellement sans limite. Par exemple, une analyse récente du rôle joué à Wuhan par l'installations d'hôpitaux temporaires et par une politique d'isolement agressif des infectés, incluant le personnel soignant, mène, entre autres, à l'analyse du diagramme indiqué ci-bas. Une valeur de R_0 doit aussi être évaluée, significativement plus complexe que celle de l'exemple ci-haut, et elle sera aussi variable dans le temps. On doit aussi considérer explicitement des changements d'architecture dans les diagrammes de transition, à mesure que des interventions transforment les relations entre les différents sous-groupes dans la population.